TITRE DE LA LEÇON : DETERMINATION DES INCERTITUDES SUR LES MESURES DES GRANDEURS PHYSIQUES

Discipline : Sciences physiques

Sous-discipline : Physique

Cycle : Lycée - Niveau : Terminale C et D

Mécanique
Objectif général 1 : Utiliser les outils mathématiques dans l'étude des phénomènes physiques
Objectif spécifique1.1 : Déterminer les incertitudes à partir des grandeurs mesurées

I. Les incertitudes

I.1. Mesure de grandeurs physiques

I.1.1. Notion de mesure

Mesurer une grandeur c'est comparer sa valeur avec une autre valeur de la même grandeur choisie comme unité.

Exemple : pour mesurer la longueur d'un lopin de terre, on compare sa valeur avec l'unité de longueur qui est **le mètre**. Si la valeur de la longueur du lopin de terre correspond à 10 fois l'unité de longueur, alors cette valeur vaut **10 mètres.**

I.1.2. Les erreurs sur les mesures

Toute mesure est entachée d'erreurs. Et il existe deux types d'erreurs : les erreurs systématiques et les erreurs aléatoires.

- Les erreurs systématiques sont dues aux imperfections des appareils de mesures ou aux méthodes mal adaptées. Elles se répètent à l'identique ; on peut donc les corriger.
- Les erreurs aléatoires ont des causes diverses. Il est impossible de les corriger.

I.2. Valeur exacte et valeur approchée d'une grandeur

A cause des erreurs, le résultat de la mesure d'une grandeur **X** est toujours différent de sa valeur exacte X_e ; c'est une valeur approchée X_a. **Aucune mesure ne peut permettre d'obtenir la valeur exacte**.

I.3. Erreurs et incertitudes

I.3.1. Erreur absolue et incertitude absolue ; encadrement de la valeur exacte

- L'**erreur relative** d'une mesure est la différence entre la valeur exacte X_e et la valeur approchée X_a de la mesure ; on la note δX.
- **L'incertitude absolue** ou **intervalle de confiance** est la plus grande valeur possible de l'erreur absolue ; on la note ΔX.
- A partir de la valeur approchée et de l'incertitude absolue, on peut faire un encadrement de la valeur exacte :

$$X_a - \Delta X \leq X_e \leq X_a + \Delta X.$$

Le résultat de la mesure se présente sous la forme : $X = X_a \pm \Delta X$.

I.3.2. Incertitude relative

L'incertitude relative ou **précision** sur une mesure d'une grandeur X est obtenu en faisant le quotient de l'incertitude absolue **ΔX** sur la valeur approchée X_a. On la note $\frac{\Delta X}{X}$. Elle s'exprime en pourcentage et renseigne sur la précision de la mesure.

I.3.3. Formules pour le calcul des incertitudes

Dans toutes les formules ci-après, **a**, **b**, **c**, **d** et **e** sont des grandeurs mesurées avec les incertitudes absolues respectives **Δa**, **Δb**, **Δc**, **Δd** et **Δe.**

- **Cas d'une somme algébrique**

Pour $X = \alpha a + \beta b - \gamma c + \delta d - \varepsilon e$, on a : $\Delta X = |\alpha| a + |\beta| b + |\gamma| c + |\delta| d + |\varepsilon| e$

- **Cas des produits**

(1) Pour **X = a.b**, on a : $\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$

(2) Pour $X = \alpha a^n$, on a : $\frac{\Delta X}{X} = |n| \frac{\Delta a}{a}$

(3) Pour $X = \alpha a^n . b^m$, on a : $\frac{\Delta X}{X} = |n| \frac{\Delta a}{a} + |m| \frac{\Delta b}{b}$

- **Cas des quotients**

(1) Pour $X = \frac{a}{b}$, on a : $\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b}$

(2) Pour $X = \frac{\alpha a^n}{\beta b^m}$, on a : $\frac{\Delta X}{X} = |n| \frac{\Delta a}{a} + |m| \frac{\Delta b}{b}$

(3) Pour $X = \frac{\alpha a^n . b^m . c^p}{\beta d^q . e^r}$, on a : $\frac{\Delta X}{X} = |n| \frac{\Delta a}{a} + |m| \frac{\Delta b}{b} + |p| \frac{\Delta a}{a} + |q| \frac{\Delta b}{b} + |r| \frac{\Delta e}{e}$

II. Les formules d'approximation.

Dans les formules ci-après, les nombres z, z_1, z_2 et z_3 sont de l'ordre de 10^{-2}.

(1) $(1+z_1)(1+z_2)(1+z_3) \simeq 1+z_1+z_2+z_3$

(2) $(1+z)^n = 1+nz$

(3) $(1-z)^n = 1-nz$

(4) $\frac{1}{1-z} = 1+z$

(5) $\frac{1}{1+z} = 1-z$

(6) $\frac{1}{(1+z)^n} = 1-nz$

(7) $\frac{1}{(1-z)^n} = 1+nz$

(8) $\sqrt[n]{1+z} = 1+\frac{z}{n}$

(9) $\sqrt[n]{1-z} = 1-\frac{z}{n}$

Dans les expressions ci-après, θ est un angle de faible valeur exprimé en radian.

(1) $\sin\theta \simeq \tan\theta \simeq \theta$; (2) $\cos\theta \simeq 1 + \frac{\theta^2}{2}$

III. Les chiffres significatifs :

III.1. Notion de chiffres significatifs

Le nombre de chiffres utilisés pour exprimer le résultat d'une mesure n'est pas choisi au hasard, il dépend des conditions de la mesure ; on parle de chiffres significatifs.

Règles : Tous les chiffres différents de zéro sont significatifs. Le chiffre zéro est considéré comme significatif lorsqu'il est placé après un chiffre différent. Le zéro placé avant les chiffres non nuls indique seulement l'ordre de grandeur.

Exemples :

Le nombres **100** a trois chiffres significatifs ; les deux zéros qui viennent après le chiffre 1 sont significatifs.
Le nombre 00**1** n'a qu'un seul chiffre significatif ; les deux zéros qui précèdent le chiffre 1 ne sont significatifs.
Le nombre 0,0**12** a deux chiffres significatifs.
Le nombre 0,0**120** à trois chiffres significatifs ; le zéro qui vient après le chiffre 2 est significatif.
Le nombre **10,00** à quatre chiffres significatifs.
Le nombre **12305** a cinq chiffres significatifs.

III.2. Nombre de chiffres significatifs dans le résultat d'une soustraction ou d'une addition

La règle concerne le nombre de chiffres après la virgule. On choisit le même nombre de chiffres que la donnée la moins précise, c'est-à-dire la donnée qui a le moins de chiffres après la virgule.

Exemples :

(1) Pour le calcul X = 345,334 – 23,**01**, la calculatrice affiche le résultat 322,324, mais la réponse ne doit comporter que deux chiffres significatifs après la virgule, soit 322,**32**.

(2) Pour le calcul X = 2354,78 + 45,**1**, la calculatrice affiche le résultat 2399,88, mais la réponse ne doit comporter qu'un chiffre significatif après la virgule, soit 2399,**9**.

(3) Pour le calcul X = 78 + 3,348, la calculatrice affiche le résultat 81,348, mais la réponse ne doit pas comporter de chiffres après la virgule, soit 81.

III.3. Nombre de chiffres significatifs dans le résultat d'une multiplication ou d'une division

Le résultat doit avoir le même nombre de chiffres significatifs que la donnée qui en a le moins.

(1) Pour le calcul X =$\frac{500}{100}$, la calculatrice affiche le résultat 1, mais la réponse doit avoir trois chiffres significatifs ; soit 1,00.

(2) Pour le calcul X=$\frac{1}{2} \times 10000 \times 2{,}50^2$, la calculatrice affiche 31250, mais le résultat ne doit comporter que trois chiffres significatifs. On l'exprimera donc en mode scientifiques, soit $3{,}12.\,10^4$

(3) Pour le calcul X = $\frac{12{,}07 \times 3500}{12 \times 2{,}3}$, la calculatrice affiche 1530,61594202899. Mais la réponse ne doit comporter que deux chiffres significatifs. On exprimera donc le résultat en mode scientifique, soit $1{,}5.\,10^3$.

IV. Les unités de mesure en sciences physiques

Les unités utilisées pour exprimer les grandeurs en sciences physiques sont celles du système international d'unités, noté S.I. Ce système comprend sept unités de base et des unités dérivées. Les unités de base sont indépendantes les unes des autres du point de vue dimensionnel. A chacune d'elle correspond une dimension, différente de celle des autres, représentée par une lettre. Les unités dérivées sont une combinaison des unités de base, d'après les relations algébriques qui lient les grandeurs correspondantes. Leurs dimensions s'expriment en fonction de celles des unités de base dont elles dépendent. Les tableaux ci-après donnent les unités de bases et quelques unités dérivées :

IV.1. Les unités de base

Grandeurs	Unités	Symboles	Dimensions
Longueur	mètre	m	L
Masse	kilogramme	kg	M
Temps	seconde	s	T
Température	kelvin	K	Θ
Intensité du courant électrique	ampère	A	I
Quantité de matière	mole	mol	N
Intensité lumineuse	candela	cd	J

A ces sept unités de base, on ajoute deux unités supplémentaires : le radian (rad) pour les angles plans, et le stéradian (sr) pour les angles solides.

IV.2. Quelques unités dérivées

Grandeurs	Unités	Symboles	Dimensions	Autres unités légales
Fréquence	hertz	Hz	T^{-1}	
Masse volumique	kilogramme par mètre cube	$kg.m^{-3}$	ML^{-3}	
Vitesse	mètre par seconde	$m.s^{-1}$	LT^{-1}	Kilomètre par heure (km/h) Nœud (mile par heure)
Accélération	mètre par seconde carrée	$m.s^{-2}$	LT^{-2}	
Force	newton	N	MLT^{-2}	
Moment d'une force	newton mètre	N.m	ML^2T^{-2}	
Moment d'inertie	kilogramme mètre carré	$kg.m^2$	ML^2	Moment d'inertie
Résistance, impédance	ohm	Ω	$ML^2T^{-3}I^{-2}$	Résistance, impédance

Remarques : les noms des unités s'écrivent en minuscule, puisqu'ils sont considérés comme des noms communs. Les symboles aussi sont en minuscule, à l'exception de ceux des unités qui dérivent des noms propres.