TITRE DE LA LEÇON : SUITES ARITHMETIQUES ET SUITES GEOMETRIQUES
Discipline : Mathématiques
Sous-discipline : Analyse
Niveau : Lycée - Classes : Terminales C et D

	Suites arithmétiques : $(\mathbf{u_n})$ est une SA si	Suites géométriques : $(\mathbf{u_n})$ est une SG si
Définition	$u_{n+1} - u_n = r$	$u_{n+1} = qu_n$
Terme général	$u_n = u_p + (n-p)r$	$u_n = u_p q^{n-p}$
Somme des termes	$S_n = \frac{n-p+1}{2}(u_p + u_n)$	$S_n = \frac{u_p}{1-q}[1-(q)^{n-p+1}]$
Termes x, y et z, rangés dans cet ordre, sont en progression :	Arithmétique ⇔ : $y = \frac{x+z}{2}$	Géométrique ⇔ : $y^2 = x.z$
Convergence	• Si r > 0, alors : $\lim\limits_{+\infty} u_n = +\infty$ • Si r < 0, alors : $\lim\limits_{+\infty} u_n = -\infty$ • Si r $= 0$, alors : $\lim\limits_{+\infty} u_n = u_p$ r : raison de $(\mathbf{u_n})$	• Si $\lvert q \rvert < 1$, alors : $\lim\limits_{+\infty} q^n = 0$ • Si $q > 1$, alors : $\lim\limits_{+\infty} q^n = +\infty$ • Si $q = 1$, alors : $\lim\limits_{+\infty} q^n = 1$ • Si $q \leq -1$, alors : $\lim\limits_{+\infty} q^n$ n'existe pas q: raison de $(\mathbf{u_n})$

NB : Si $q < 0$ (avec $u_p \neq 0$), alors la suite géométrique (u_n) est dite alternée ; u_p : premier terme ;

$n_t = n - p + 1$: nombre de termes

Exercice1 On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1}=\frac{u_n}{1+2u_n}$. On pose :
$v_n=\frac{1}{u_n}$, pour tout entier naturel n.
1-Montrer que (v_n) est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison.
Exprimer v_n et u_n en fonction de n.
2-Calculer la somme : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ en fonction de n.

1- Montrer que la suite de terme général w_n telle que : $w_{n+1}=\frac{1}{1-w_n}$, est périodique, de période à déterminer

Exercice 2 Soit la suite (u_n) définie par : $u_0 = 2,\ u_1 = 1$et $\forall n \in \mathbb{N},\ 3u_{n+2}=2u_{n+1} + u_n$.
On pose : $v_n = u_{n+1} - u_n$ pour tout entier naturel n.
1- Montrer que la suite de terme général v_n, est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.

2-Calculer la somme : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$ en fonction de u_1 et u_n, puis en fonction de n. Etudier la convergence de la suite (u_n).

Exercice3 Soit la suite (u_n) définie par : $u_O = -4$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{3}{5} u_n + 3$.

On pose : $v_n = au_n + 6$, pour tout entier naturel n ; $a \in \mathbb{R}^*$.

1- Déterminer a pour que la suite (v_n) soit géométrique. Etudier, alors sa convergence.

2-Calculer la somme : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \cdots + u_n$ en fonction de n, pour la valeur de a trouvée au n°1.

3-Représenter graphiquement les 7 premiers termes de la suite (u_n).