

TITRE DE LA LEÇON : CALCULS DANS \mathbb{R} : Divisibilité dans \mathbb{N}

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Lycée - Classes : Terminales A

1- Critères de divisibilité par 2, 3, 5 et 9 : Un entier naturel a est divisible par :

— 2 si son chiffre des unités est (ou s'il se termine par) : 0, 2, 4, 6 ou 8

Exemples : 14, 15630, 339748, 210 ; 60 sont divisibles par 2.

— 5 si son chiffre des unités est (ou s'il se termine par) : 0 ou 5 ;

Exemple : 1250, 1263875 .

— 3, si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Exemple : 312 est un multiple de 3, car $3 + 1 + 2 = 6 = 3 \times 2$

— 9, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Exemple : 4617 est divisible par 9, car $4 + 6 + 1 + 7 = 18 = 9 \times 2$

Remarque : Un entier naturel a est divisible par :

✓ 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres, est un multiple de 4 ;

Exemple : 1398754601216 est divisible par 4

✓ Par 11 si la différence entre les chiffres de rang impair et les chiffres de rang pair, est un divisible par 11

Exemple : 61952 est divisible par 11, car $(6 + 9 + 2) - (1 + 5) = 11 = 11 \times 1$

✓ Par : 10, 100, 1000, si son chiffre des unités est : 0, 00, 000, . . .

Exemples : 26980, 24500, 21347000 sont respectivement divisibles par : 10 ; 100 et 1000.

2- Division euclidienne dans \mathbb{N}

Effectuer la division euclidienne du dividende entier a par le diviseur entier b , c'est trouver le quotient entier q et le reste entier r , tels que : $a = b \times q + r$; $0 \leq r < b$

3- Applications de la divisibilité dans \mathbb{N} (Simplification des fractions)

Pour simplifier une fraction $\frac{a}{b}$, on divise son numérateur a et son dénominateur b , par le $PGCD(a ; b)$

Exemple : Simplifions $A = \frac{5148}{1386}$

On a : $5148 = 2^2 \times 3^2 \times 11 \times 13$; $1386 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$ et

$PGCD(5148 ; 1386) = 2 \times 3^2 \times 11 = 198$. Donc $A = \frac{5148 \div 198}{1386 \div 198} = \frac{26}{7}$.

Exercice 1

Voici la liste des nombres : 14 ; 21 ; 105 ; 425 ; 523 ; 753 ; 825 ; 6007 et 1233

- Détermine les nombres entiers naturels divisibles par : 3
- Détermine les nombres entiers naturels divisibles par : 2
- Détermine les nombres entiers naturels divisibles par : 5
- Détermine les nombres entiers naturels divisibles par : 9

Exercice 2

Dans le système décimal, des nombres entiers naturels N et M s'écrivent : $N = x43y$ et $M = 12xy4x$.

Déterminer les couples $(x ; y)$ tels que N soit divisible à la fois par 2 et par 9 ; M soit divisible par 9 ;