



**TITRE DE LA LEÇON : CALCULS DANS  $\mathbb{R}$  : Divisibilité dans  $\mathbb{N}$**

**Discipline : Mathématiques**

**Sous-discipline : Algèbre**

**Niveau : Lycée - Classes : Terminale A**

**1- Critères de divisibilité par 2, 3, 5 et 9 :** Un entier naturel  $a$  est divisible par :

— 2 si son chiffre des unités est (ou s'il se termine par) : 0, 2, 4, 6 ou 8

Exemples : 14, 15630, 339748, 210 ; 60 sont divisibles par 2.

— 5 si son chiffre des unités est (ou s'il se termine par) : 0 ou 5 ;

Exemple : 1250, 1263875 .

— 3, si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.

Exemple : 312 est un multiple de 3, car :  $3 + 1 + 2 = 6 = 3 \times 2$

— 9, si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.

Exemple : 4617 est divisible par 9, car  $4 + 6 + 1 + 7 = 18 = 9 \times 2$

**Remarque :** Un entier naturel  $a$  est divisible par :

✓ 4 si le nombre formé par ses deux derniers chiffres, est un multiple de 4 ;

Exemple : 1398754601216 est divisible par 4

✓ Par 11 si la différence entre les chiffres de rang impair et les chiffres de rang pair, est un divisible par 11

Exemple : 61952 est divisible par 11, car  $(6 + 9 + 2) - (1 + 5) = 11 = 11 \times 1$

✓ Par : 10, 100, 1000, si son chiffre des unités est : 0, 00, 000, . . .

Exemples : 26980, 24500, 21347000 sont respectivement divisibles par : 10 ; 100 et 1000.

**2- Division euclidienne dans  $\mathbb{N}$**

Effectuer la division euclidienne du dividende entier  $a$  par le diviseur entier  $b$ , c'est trouver le quotient entier  $q$  et le reste entier  $r$ , tels que :  $a = b \times q + r$  ;

$0 \leq r < b$

**3- Applications de la divisibilité dans  $\mathbb{N}$  (Simplification des fractions)**

Pour simplifier une fraction  $\frac{a}{b}$ , on divise son numérateur  $a$  et son dénominateur  $b$ , par le  $PGCD(a ; b)$

Exemple : Simplifions  $A = \frac{5148}{1386}$

On a :  $5148 = 2^2 \times 3^2 \times 11 \times 13$  ;  $1386 = 2 \times 3^2 \times 7 \times 11$  et

$PGCD(5148 ; 1386) = 2 \times 3^2 \times 11 = 198$ . Donc  $A = \frac{5148 \div 198}{1386 \div 198} = \frac{26}{7}$ .

**Exercice 1**

Voici la liste des nombres : 14 ; 21 ; 105 ; 425 ; 523 ; 753 ; 825 ; 6007 et 1233

- a- Détermine les nombres entiers naturels divisibles par : 3
- b- Détermine les nombres entiers naturels divisibles par : 2
- c- Détermine les nombres entiers naturels divisibles par : 5
- d- Détermine les nombres entiers naturels divisibles par : 9

**Exercice 2**

Dans le système décimal, des nombres entiers naturels  $N$  et  $M$  s'écrivent :  $N = x43y$  et  $M = 12xy4x$ .

Déterminer les couples  $(x; y)$  tels que  $N$  soit divisible à la fois par 2 et par 9 ;  $M$  soit divisible par 9 ;