TITRE DE LA LEÇON : EQUATIONS DU PREMIER DEGRE A UNE INCONNUE DANS $\mathbb{R}$

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Lycée - Classe : Seconde A

1- Définition et résolution

Une équation du premier degré à une inconnue, est une équation de la forme : $\mathrm{ax+b=0}$; a et b sont des nombres réels.

Pour la résoudre, on procède comme suit :

- Si $\mathrm{a} \neq 0$, alors l'équation admet une solution unique : $\mathrm{x} = -\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}}$ et l'ensemble de solution est : $\mathrm{S} = \left\{\frac{-\mathrm{b}}{\mathrm{a}}\right\}$
- Si $\mathrm{a} = 0$ et $\mathrm{b} \neq 0$, alors l'équation n'a pas de solution et $\mathrm{S} = \{\quad\}$ ou $\mathrm{S} = \phi$;
- Si $\mathrm{a} = 0$ et $\mathrm{b} = 0$, alors l'équation admet une infinité de solutions et $\mathrm{S} = \mathbb{R}$

2- Equations se ramenant a une équation du premier degré a une inconnue dans $\mathbb{R}$

a- Equations produit de type : $(ax+b)(cx+d)=0$

$$(ax+b)(cx+d)=0 \Leftrightarrow \begin{cases} ax+b=0 \ ou \\ cx+d=0 \end{cases}.$$

NB : Identités remarquables :

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2; (a-b)^2 = a^2-2ab+b^2 \ et$$
$$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$$

b- Equations rationnelles du type : $\frac{A(x)}{B(x)} = 0$

Pour résoudre des telles équations, il faut d'abord donner leur ensemble de définition ou de validité en posant $B(x) \neq 0$

Exemple : $\frac{x^2-9}{x+3} = 0.$

Cette équation est définie $\Leftrightarrow x+3 \neq 0$. Posons $x+3=0$ on a $x=-3$; $D = \mathbb{R} - \{-3\}$.

Par suite, $\frac{x^2-9}{x+3} = 0 \Leftrightarrow x^2-9=0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3)=0 \Leftrightarrow x+3=0$ ou $x-3=0$.

$\Leftrightarrow x=-3$ ou $x=3$. -3 n'est pas solution de cette équation, car $-3 \notin D$. Donc $S=\{3\}$.

Exercice1 Résous dans $\mathbb{R}$ chacune des équations : $|2x-1|=3$ et $|2x-1|=|x+4|$

Solution : $|2x-1|=3 \Leftrightarrow 2x-1=3$ ou $2x-1=-3 \Leftrightarrow x = 2 \ ou \ x = -1$

$S=\{-1;2\}$ ou $S=\{2;-1\}$.

$|2x-1|=|x+4| \Leftrightarrow 2x-1=x+4$ ou $2x-1=-x-4 \Leftrightarrow x = 5 \ ou \ x = -1$

$S=\{-1;5\}$

NB : Si $\mathrm{c} < 0$, alors l'équation $|ax+b|=c$ n'admet pas de solution.

Exercice 2

1- Factorise : $f(x) = (3x-2)^2 - 9$ et
$g(x) = (15-9x)(2x-3) - 7(9x^2 - 30x + 25) - 9x^2 + 25$
2- Résoudre alors, dans $\mathbb{R}$**,** les équations **:** $f(x) = 0$ et $g(x) = 0$
3- Après avoir donné le domaine de définition, simplifier la fraction rationnelle : $\frac{g(x)}{f(x)}$
4- Résoudre alors, dans $\mathbb{R}$**,** l'équations **:** $\frac{g(x)}{f(x)} = 0$