

TITRE DE LA LEÇON : DIVISEURS D'UN ENTIER NATUREL-PGCD

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Collège - Classe : Cinquième

Activité

Voici deux égalités que l'élève ADOUA a lu dans un livre de mathématiques :

$21 = 3 \times 7$: 21 est un multiple de 3 et de 7 ; 3 et 7 sont les diviseurs de 21

$35 = 5 \times 7$: 35 est un multiple de 5 et de 7 ; 5 et 7 sont les diviseurs de 35.

On donne la liste des nombres entiers naturels suivants :
35 ; 81 ; 90 ; 221 ; 310 ; 27 ; 3 ; 1 ; 4 ; 5 ; 7 ; 12 ; 21 ; 28 ; 22

- Identifie les diviseurs de 21
- Ecris les diviseurs de 21 identifiés dans un ensemble.

1- Notion de diviseur d'un entier naturel :

- Soient a, b et c trois entiers naturels.
Si $c = a \times b$, alors a et b sont les diviseurs de c

Exemple: $72 = 8 \times 9$: alors 8 et 9 sont les diviseurs de 72

- L'ensemble des diviseurs d'un entier naturel a , est noté : $D_{(a)}$ ou D_a . Il est fini.
- Pour déterminer l'ensemble des diviseurs de a , on effectue la table de division par a .

Remarque : Dans l'ensemble des diviseurs d'un entier naturel, le premier diviseur est un (1) et le dernier est l'entier naturel lui-même. Exemple : $D_{(12)} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12.\}$

2- Diviseurs communs à deux entiers naturels :

- L'ensemble des diviseurs communs à deux entiers naturels a et b , est l'ensemble des diviseurs qui sont à la fois dans $D_{(a)}$ et dans $D_{(b)}$. Il est noté : $D_a \cap D_b$ ou $D_{(a;b)}$. Il est fini. On lit : D_a « inter » D_b . Exemple : $D_{(12)} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12.\}$;
 $D_{(36)} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.\}$ Donc : $D_{12} \cap D_{36} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12.\}$

- Le PGCD (Plus Grand Commun Diviseur) de deux entiers naturels a et b , est le plus grand des diviseurs communs à ces deux entiers naturels. On le note : $PGCD(a ; b)$

Exemple $PGCD(12 ; 36) = 12$

Remarque : $PGCD(a ; b) = PGCD(b ; a)$

- **Propriété :**

Si un entier naturel a , est un diviseur des entiers naturels b et c , alors a est aussi diviseur de $b + c$ et de $b - c$.

**Exemple :**

2 est diviseur de 4 et de 6, alors 2 est aussi diviseur de $4 + 6 = 10$ et $6 - 4 = 2$.

Exercice 3

MONKA veut identifier les diviseurs de 36. NGANGA a dressé la liste des nombres entiers naturels suivants : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 26 ; et 36.

En utilisant la liste dressée par NGANGA, aide MONKA à identifier les diviseurs de 36.

Exercice 4

Choisis et recopie la bonne réponse

- a- 45 est un diviseur de : a) 9 ; b) 90 et c) 1
- b- 24 est un diviseur de : a) 12 ; b) 8 et c) 48

Exercice 5

- a- Détermine l'ensemble des diviseurs de 48 et celui des diviseurs de 72.
- b- Trouve l'ensemble des diviseurs communs à 48 et 72.
- c- Détermine : $PGCD(48 ; 72)$.