

TITRE DE LA LEÇON : PUISSANCES D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Collège - Classe : Cinquième

I- Notion de puissance d'un entier naturel à exposant entier naturel

Activité :

L'élève NDINGA a présenté une écriture suivante au tableau : 2^3 et il affirme avoir vu ce nombre écrit dans un livre de mathématiques, sous la forme : $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ où 2^3 est une puissance de 2

- Ecris la nouvelle écriture du produit $5 \times 5 \times 5$ à l'image du nombre présenté par NDINGA.
- Reconnais la nouvelle écriture du produit $5 \times 5 \times 5$.
- Nomme le chiffre 2 et le chiffre 3 dans l'écriture 2^3 .

Je retiens :

On appelle puissance d'un entier naturel **a**, d'exposant entier naturel **n**, le produit de **n** facteurs égaux à **a** : $a^n = a \times a \times \dots \times a$.

a^n se lit : a exposant n (par abus de langage, on lit a puissance n.)

a^n est une puissance de a, n est l'exposant de cette puissance et a est la base de cette puissance.

Exemples : $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$. Donc : $2^5 = 32$. : 32 est la puissance de 2 d'exposant 5.

Remarque : Soit n un entier naturel

$0^n = 0$ ($n \geq 1$); $a^0 = 1$ ($a \neq 0$); $a^1 = a$; $1^n = 1$

a^2 se lit : « a au carré » ou « a exposant 2 »; a^3 se lit : « a au cube » ou « a exposant 3 »

Exercice 1 :

En utilisant la définition des puissances, écris chacun des nombres suivants sous forme d'une puissance d'un seul entier :

- $12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 = \dots$
- $5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = \dots$; $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = \dots$
- $16 = \dots$ et $24 = \dots$.
- $x = 7 \times 49 \times 49 \times 7$.

II-Calculs avec (ou sur) les puissances (Propriétés opératoires):

Activité : En utilisant la définition d'une puissance

- Calcule : $2^3 \times 2^4$ et 2^{3+4} ; b) Compare : $2^3 \times 2^4$ et 2^{3+4} .
- Calcule : $3^2 \times 5^2$ et $(3 \times 5)^2$; b) Compare : $3^2 \times 5^2$ et $(3 \times 5)^2$.
- Calcule : $(2^3)^4$ et $2^{3 \times 4}$; b) Compare : $(2^3)^4$ et $2^{3 \times 4}$.



- 4) a) Calcule : $\frac{2^4}{2^3}$ et 2^{4-3} ; b) Compare : $\frac{2^4}{2^3}$ et 2^{4-3} .
 5) a) Calcule : $\frac{4^2}{2^3}$ et $\left(\frac{4}{2}\right)^2$; b) Compare : $\frac{4^2}{2^3}$ et $\left(\frac{4}{2}\right)^2$.

Je retiens :

Pour effectuer les calculs sur les puissances, on applique les propriétés suivantes :

- Pour multiplier deux puissances de même base, on conserve la base, puis on additionne les exposants : $a^n \times a^m = a^{n+m}$:
- Pour multiplier deux puissances de même exposant, on conserve l'exposant, puis on multiplie leurs bases : $a^n \times b^n = (a \times b)^n$ ou $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- Pour calculer la puissance d'une puissance, on conserve la base, puis on multiplie les exposants : $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- Pour diviser deux puissances de même base, on conserve la base, puis on soustrait les exposants : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$.
- Pour diviser deux puissances de même exposant, on conserve l'exposant, puis on divise leurs bases : $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ ou $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- **Règle de priorité** : Dans une suite d'opérations sans parenthèses, les puissances ont la priorité sur toutes les opérations : multiplication, addition, soustraction, division.

Exemple : $2^3 + 3 \times 5 = 8 + 3 \times 5 = 8 + 15 = 23$

Exercice 2 : Recopie, puis complète par l'exposant qui convient :

$$7^5 = 7^2 \times 7 ; \frac{12^{13}}{12^{\dots}} = 12^7 ; 2^3 \times 7^3 = 14^{\dots} ; (17^2)^{\dots} = 17^{10} .$$

Exercice 3 : Recopie le tableau suivant, puis mets une croix dans chaque case qui convient

Enoncés	Vrai	Faux
$2 \times 2 + 3 \times 3 = 2^2 + 3^3$		
$(3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2$		
$(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2$		
$5^2 \times 4^3 = (5 \times 4)^2 \times 4$		
$27 \times 25 = (5 \times 3)^2$		
$3^2 \times 9 \times 5^4 = (3 \times 5)^4$		

Exercice 4 : En utilisant les propriétés des puissances, calcule :

- 1) $E = 17^{20} \times 17^{12}$; $F = 3^3 \times 3 \times 3^{10}$; $G = \frac{15^{11}}{15^7}$
- 2) $(3^2 \times 5)^5$; 2) $(3^2 \times 2)^4 \times 4$; 3) $(3 \times 5)^4 \times 15 \times 15^2$; 4) $5^3 \times 2^3 \times 10^2 \times 10^5$
- 5) $\frac{(10^3 \times 10)^2}{10^5}$; 6) $3^2 + 3^0 + 2^2 - 2 \times 3 + 2$