

**TITRE DE LA LEÇON : DECOMPOSITION D'UN NOMBRE ENTIER NATUREL EN
PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS ;PGCD-PPCM**

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Collège - Classe : Cinquième

I- Décomposition d'un nombre entier naturel en produit de facteurs premiers

Activité

- En effectuant les calculs, montre que le nombre : $A = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ est égale à 900
- Ecris $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$ sous forme de puissances, puis compare le résultat obtenu avec 900.
- Comment appelles-tu l'écriture de 900 dans ce cas ?

Je retiens :

- Décomposer un nombre entier naturel en produit de facteurs premiers, c'est l'écrire sous la forme d'un produit, dont tous les facteurs sont des nombres premiers.
- Pour décomposer un nombre entier naturel non premier, en produit de facteurs premiers, on le divise par des nombres premiers successifs, pris dans l'ordre croissant (2,3,5,7,11,13,...), en appliquant le caractère de divisibilité .

Remarque : On arrête les divisions quand on obtient un quotient égal à 1.

Exemple : Décomposons 450 en produit de facteurs premiers.

450	2	
225	3	
75	3	
25	5	
5	5	
1		

Donc $450 = 2 \times 3^2 \times 5^2$.(Ecriture primaire, elle est unique)

Exercice : Décompose : 420 ; 336 ; 180 ; 144 ; 168 en produit de facteurs premiers.

II- Détermination du PGCD (Plus Grand Commun Diviseur)

Activité On se propose de déterminer le PGCD des nombres 450 et 420 tels que

$$450 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \text{ et } 420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

- Ecris les facteurs premiers communs à ces décompositions, ayant le plus petit exposant
- Fais le produit de ces facteurs premiers communs, puis nomme le résultat (produit) obtenu.

Je retiens : Pour déterminer le PGCD de deux entiers naturels a et b :

- On décomposés a et b en produit de facteurs premiers ;

- On effectue le produit de tous les facteurs premiers communs à ces décompositions, chacun des facteurs communs étant pris une seule fois et avec son plus petit exposant.

Exemple : $18 = 2 \times 3^2$ et $84 = 2^2 \times 3 \times 7$. Alors $PGCD(18 ; 84) = 2 \times 3 = 6$

III- Détermination du PPCM (Plus Petit Commun Multiple)

Activité On se propose de déterminer le PGCD des nombres 450 et 420 tels que

$$450 = 2 \times 3^2 \times 5^2 \text{ et } 420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

- c) Ecris les facteurs premiers communs à ces décompositions, ayant le plus petit exposant
- d) Fais le produit de ces facteurs premiers communs, puis nomme le résultat (produit) obtenu.

Je retiens : Pour déterminer le PPCM de deux entiers naturels a et b :

- On décompose a et b en produit de facteurs premiers ;
- On effectue le produit de tous les facteurs premiers communs et non communs à ces décompositions, chacun des facteurs communs étant pris une seule fois et avec son plus grand exposant.

Exemple : $18 = 2 \times 3^2$ et $84 = 2^2 \times 3 \times 7$. Alors $PPCM(18 ; 84) = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$

Exercice En utilisant les décompositions de a et b , en produit de facteurs premiers, détermine le $PPCM(a ; b)$ et le $PGCD(a ; b)$, dans chacun des cas suivants :

- a) $a = 50 ; b = 75$; b) $a = 40 ; b = 60$; c) $a = 180 ; b = 144$; d) $a = 1680 ; b = 3360$