TITRE DE LA LEÇON : DIVISEURS D'UN ENTIER NATUREL-PGCD

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Collège - Classe : Cinquième

Activité

Voici deux égalités que l'élève ADOUA a lu dans un livre de mathématiques :
$21 = 3 \times 7$: 21 est un multiple de 3 et de 7 ; 3 et 7 sont les diviseurs de 21
$35 = 5 \times 7$: 35 est un multiple de 5et de 7 ; 5 et 7 sont les diviseurs de 35.
On donne la liste des nombres entiers naturels suivants :
$35 ; 81 ; 90 ; 221 ; 310 ; 27 ; 3; 1; 4; 5 ; 7 ; 12; 21; 28 ; 22$

a- Identifie les diviseurs de 21
b- Ecris les diviseurs de 21 identifiés dans un ensemble.

1- Notion de diviseur d'un entier naturel :

— Soient a, b et c trois entiers naturels.
Si $c = a \times b$, alors $a \; et \; b$ sont les diviseurs de c

Exemple: $72 = 8 \times 9$: alors $8 \; et \; 9$ sont les diviseurs de 72

— L'ensemble des diviseurs d'un entier naturel **a,** est noté **:** $\boldsymbol{D_{(a)}}$ ou $\boldsymbol{D_a}$**.** Il est fini.
— Pour déterminer l'ensemble des diviseurs de **a,** on effectue la table de division par a**.**

Remarque : Dans l'ensemble des diviseurs d'un entier naturel, le premier diviseur est un (1) et le dernier est l'entier naturel lui-même. Exemple **:** $\boldsymbol{D_{(12)}} = \{1, \; 2 , \; 3, \; 4, \; 6, 12.\}$

2- Diviseurs communs à deux entiers naturels :

— L'ensemble des diviseurs communs à deux entiers naturel **a** et **b,** est l'ensembles des diviseurs qui sont à la fois dans $\boldsymbol{D_{(a)}}$ et dans $\boldsymbol{D_{(b)}}$. Il est noté : $\boldsymbol{D_a \cap D_b}$ **ou** $\boldsymbol{D_{(a;b)}}$ **.** Il est fini. On lit : $\boldsymbol{D_a}$ **« inter »** $\boldsymbol{D_b}$**.** Exemple : $\boldsymbol{D_{(12)}} = \{1, 2 , 3, 4, 6, 12.\}$;
$\boldsymbol{D_{(36)}} = \{1, 2 , 3, 4, 6, 9,12,18,36.\}$ Donc : $\boldsymbol{D_{12} \cap D_{36}} = \{1, 2 , 3, 4, 6, 12.\}$

— Le PGCD (Plus Grand Commun Diviseur) de deux entiers naturels **a** et **b**, est le plus grand des diviseurs communs à ces deux entiers naturels. On le note : $PGCD(\boldsymbol{a} ; \boldsymbol{b})$
Exemple $PGCD(12 ; 36) = 12$
Remarque : $PGCD(\boldsymbol{a} ; \boldsymbol{b}) = PGCD(b ; \boldsymbol{a})$

- **Propriété :**

Si un entier naturel $\boldsymbol{a}$, est un diviseur des entiers naturels $\boldsymbol{b}$ et $\boldsymbol{c}$, alors $\boldsymbol{a}$ est aussi diviseur de $b + c$ et de $b - c$.
Exemple :
2 est diviseur de 4 et de 6, alors 2 est aussi diviseur de $4 + 6 = 10$ et $6 - 4 = 2$.

Exercice3 MONKA veut identifier les diviseurs de 36. NGANGA a dressé la liste des nombres entiers naturels suivants :1 ;2 ;;3 ;4 ;5 ;6 ;7 ;8 ;9 ;12 ;18 ;24 ;26 ; et 36.
En utilisant la liste dressée par NGANGA, aide MONKA à identifier les diviseurs de 36.

Exercice4 Choisis et recopie la bonne réponse

a- 45 est un diviseur de : a) 9 ; b) 90 et c) 1

b- 24 est un diviseur de : a) 12 ; b) 8 et c) 48

Exercice5

a- Détermine l'ensemble des diviseurs de 48 et celui des diviseurs de 72.

b- Trouve l'ensemble des diviseurs communs à 48 et 72.

c- Détermine : $PGCD(\mathbf{48}\ ;\mathbf{72})$.