

TITRE DE LA LEÇON : LOGARITHMES

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Cycle : Collège - Niveau : Quatrième

I- Notion de logarithme d'un entier naturel

Activité On donne : $8 = 2^3$. On dit que 3 est le logarithme de 8 de base 2.

On note : $\log_2 8 = 3$.

- 1- Ecris les nombres 16 ; 243 et 100 , respectivement sous forme de puissance de 2 , 3 et 10 .
- 2- Détermine, alors le logarithme de 16 de base 2, de 243 de base 3 et celui de 100 de base 10.

Je retiens :

Définition : Le logarithme de base a d'un entier naturel non nul x , tel que : $x = a^n$, est l'exposant n de la base a ; où n est un entier relatif et a un entier naturel non nul.

On note : $\log_a x$ et on écrit : $\log_a x = \log_a a^n = n$

n : est le logarithme de l'entier naturel x dans la base a.

$\log_a x$ se lit « Logarithme de x en base a ou logarithme de x de base a

Exemple : $\log_2 64 = \log_2 2^6$. Donc $\log_2 64 = 6$

Remarque : $\log_a a = 1$; $\log_a 1 = 0$

II-Propriétés opératoires

Activité : En utilisant la définition du logarithme :

- 1- Calcule : $\log_2(4 \times 8)$; $\log_2 4$ et $\log_2 8$, puis compare $\log_2(4 \times 8)$ et $\log_2 4 + \log_2 8$
- 2- Calcule : $\log_2\left(\frac{8}{4}\right)$; $\log_2 8$ et $\log_2 4$, puis compare : $\log_2\left(\frac{8}{4}\right)$ et $\log_2 8 - \log_2 4$.
- 3- Calcule : $\log_3 81$; $\log_3 3$ et $4\log_3 3$, puis compare $\log_3 3^4$ et $4\log_3 3$

Je retiens :

Pour tous entiers naturels non nuls a , m et n, on a

- **$\log_a(m \times n) = \log_a n + \log_a m$.**
- **$\log_a\left(\frac{m}{n}\right) = \log_a m - \log_a n$.**
- **$\log_a a^m = m\log_a a = m$.**

Exercice1 : En utilisant les propriétés des logarithmes, effectue les calculs suivants:

$\log_3(27 \times 9)$; $\log_3\left(\frac{27}{9}\right)$.

Solution 1

En utilisant les propriétés des logarithmes, j'effectue les calculs suivants :

$\log_3(27 \times 9) = \log_3 27 + \log_3 9 = \log_3 3^3 + \log_3 3^2 = 3 + 2 = 5$.

$\log_3\left(\frac{27}{9}\right) = \log_3 27 - \log_3 9 = \log_3 3^3 - \log_3 3^2 = 3 - 2 = 1$.

Exercice2

- 1- a) Décompose 625 ; 128 et 343 en produit de facteurs premiers
b) Détermine alors : $\log_5 625$; $\log_2 128$ et $\log_7 243$
- 2- En utilisant les propriétés des logarithmes, calcule : $\log_5(625 \times 25)$ et $\log_7\left(\frac{243}{49}\right)$