TITRE DE LA LEÇON : PUISSANCES : PUISSANCES DE DIX

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Collège - Classe : Quatrième

Activité :

1- Recopie et complète :

a) $254{,}2312 = \cdots \times 10^{-4}$; b) $254{,}2312 = \cdots \times 10^{2}$; c) $0{,}0042 = \cdots \times 10^{-4}$

d) $0{,}0042 = \cdots \times 10^{-3}$

2- Recopie et complète alors :

a) $254{,}2312 + 0{,}0042 = (\ldots) \times 10^{-4}$; b) $254{,}2312 \times 0{,}0042 = (\ldots) \times 10^{\cdots}$.

Je retiens :

1- Propriétés : n désigne un nombre entier supérieur ou égal à 1.

- $\underbrace{10^{n} = 10 \times 10 \times 10 \times \ldots . . \times 10}_{\text{n facteurs égaux à } \mathbf{10}} \underbrace{= 10 \ldots 0}_{\text{n zéros}}$.
- $10^{-n} = \frac{1}{10^{n}} = \frac{1}{\underbrace{10 \ldots 0}_{\text{n zéros}}} \underbrace{= 0{,}0 \ldots 01}_{\text{n zéros}}$.

Exemples : $10^{4} = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$; $10^{-4} = \frac{1}{10000} = 0{,}0001$.

- Pour multiplier un nombre décimal par 10^{n}, on déplace la virgule de n rangs vers la droite (en complétant éventuellement par des zéros) ;

Exemple : $5{,}37 \times 10^{8} = 537000000$

- Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-n}, on déplace la virgule de n rangs vers la gauche (en complétant éventuellement par des zéros) ;

Exemple : $5{,}37 \times 10^{-8} = 0{,}0000000537$.

2- Nombre de la forme a. 10^{p} ; a $\in \mathbb{Z}$ et p $\in \mathbb{Z}$

a) Propriété.

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme $a \times 10^{p}$ où a et p sont des nombres entiers.

b) Propriétés opératoires : Soient a et b deux nombres décimaux non nuls

- $a.10^{p} + b.10^{p} = (a + b) \times 10^{p}$.

Exemple : $A = 2 \times 10^{3} + 13 \times 10^{3} = (2 + 13) \times 10^{3}$. Donc $A = 15 \times 10^{3}$;

- $(a \times 10^{p}) \times (b \times 10^{q}) = (a \times b) \times 10^{p+q}$.

Exemple : $B = (7 \times 10^{4}) \times (3 \times 10^{-7}) = (7 \times 3) \times 10^{4+(-7)}$. Donc $B = 21 \times 10^{-3}$.

3- Notation (ou écriture) scientifique d'un nombre décimal :

- C'est une écriture de la forme **: $\mathbf{a.10^{p}}$** où $p \in \mathbb{Z}$ et **a** est un nombre décimal, ayant un seul chiffre, non nul avant la virgule :$1 \leq |a| < 10 \Leftrightarrow 1 \leq a < 10$ ou $-10 < a \leq -1$;
- Pour donner la notation scientifique d'un nombre décimal, on déplace sa virgule jusqu'à l'endroit convenable : Si on avance la virgule de n (n$\in \mathbb{N}$) pas ou n rangs, l'exposant diminue de n unités (l'exposant est négatif) et si on la recule de n pas ou n rangs, l'exposant augmente de n unités (l'exposant est positif).

Exemples : 1200000$= 1{,}2 \times 10^{6}$; $0{,}000354 = 3{,}54 \times 10^{-4}$.

4- Un ordre de grandeur d'un résultat ou d'une opération :

Soient $x = a.10^p$ un nombre décimal et b l'arrondi d'ordre 0 de a.
Le nombre décimal $b.10^p$ est un ordre de grandeur de x.

Exemples : $5{,}8547129 \times 10^{11}$ a pour ordre de grandeur: 6×10^{11} , car $5{,}8547129 \approx 6$; $105{,}1253.10^{-3}$ a pour ordre de grandeur 105×10^{-3}, car$105{,}1253 \approx 105$.

5- Encadrement et comparaison des nombres décimaux écrits sous la forme : $a.10^p$

Règle1 : Pour encadrer un nombre décimal : $x = a \times 10^p$, on trouve d'abord sa notation scientifique $x = \beta \times 10^m$, puis on encadre $\beta \times 10^m$ par deux puissances de 10 d'exposants entiers consécutifs, en appliquant les propriétés de l'ordre et multiplication dans IR.

Exemple : Encadrement de : $x = 879 \times 10^9 = 8{,}79 \times 10^{11}$ par deux puissances consécutives de 10

On a $10^0 < 8{,}79 < 10^1 \Rightarrow 10^0 \times 10^{11} < 8{,}79 \times 10^{11} < 10^1 \times 10^{11}$

Donc : $10^{11} < 8{,}79 \times 10^{11} < 10^{12}$.

Règle2 : Pour comparer deux nombres décimaux $x = a \times 10^p$ et $y = b \times 10^q$ on trouve d'abord leur notation scientifique: $x = \beta \times 10^m$ et $y = \alpha \times 10^n$.
Si $m \neq n$, alors x et y sont rangés dans le même ordre que n et m (on compare m et n) ;
si $m = n$ alors x et y sont rangés dans le même ordre que β et α (on compare β et α) ;

Exemples :

a) Comparaison de : $x = 479 \times 10^{-8}$et $y = 43 \times 10^{-7}$

$x = 4{,}79 \times 10^{-6}$ et $y = 4{,}3 \times 10^{-6}$.
Comme $4{,}79 > 4{,}3$, alors : $479 \times 10^{-8} > 43 \times 10^{-7}$

b) Comparaison de : $A = 876 \times 10^{-10} = 8{,}76 \times 10^{-8}$ et $B = 43 \times 10^{-8} = 4{,}3 \times 10^{-7}$.

$A = 8{,}76 \times 10^{-8}$ et $B = 4{,}3 \times 10^{-7}$. Comme $-7 > -8$, alors : $43 \times 10^{-8} > 876 \times 10^{-10}$

Exercice 1 :

1- Donne la notation scientifique de : $N = 537{,}9 \times 10^{11}$
2- Encadre N par deux puissances de dix consécutives.
3- En déduis l'ordre de grandeur de N.

Exercice 2 :

Effectue les calculs suivants, puis donne le résultat en notation scientifique :

$A = 5.10^{-6} + 112.10^{-4}$; $B = 225 + 7.10^3 - 0{,}7.10^{-2}$; $C = 26.10^{-3} \times 14.10^{-2}$;

$D = (3{,}2 \times 10^{-2})(5 \times 10^2)(6 \times 10^{-1})^3$; E= $\frac{3\times10^7 \times5\times10^{-3}}{0{,}4 \times 10^{-13}}$; $F = \frac{87\times10^5 \times7{,}7\times10^6}{8 \times 10^{-9}}$;

Exercice 3 : Compare : $0{,}00056 \times 10^9$ et $125{,}7 \times 10^4$

.