

## TITRE DE LA LEÇON : TRANSLATION

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Collège

-

Classe : Quatrième

### Activité :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , on donne :  $A(1; 1)$ ,  $B(3; 4)$ ,  $D(3; 0)$ .

- 1- Place ces points dans le repère, puis construire le point C pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.
- 2- Calcule les coordonnées du point C, puis celles des vecteurs :  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$ .
- 3- Compare  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{CD}$ .
- 4- Quelle est l'image du point C par la translation de vecteur  $\overrightarrow{AB}$ .

### Je retiens :

#### 1- Définition :

Un point  $M'$  est l'image (le translaté) d'un point  $M$  par la translation de vecteur  $\vec{v}$ , si et seulement si :  $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ . On note :  $M' = t_{\vec{v}}(M)$

On écrit :  $M' = t_{\vec{v}}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$ .

#### 2- Composée de deux translations ou translations successives

La composée de deux translations :  $t_{\vec{u}}$  et  $t_{\vec{v}}$  est une translation de vecteur :  $\vec{u} + \vec{v}$  ou  $\vec{v} + \vec{u}$  :  $t_{\vec{u}} \circ t_{\vec{v}} = t_{\vec{u} + \vec{v}} = t_{\vec{v} + \vec{u}}$ .

### NB :

- ✓  $t_{\vec{u}} \circ t_{\vec{v}} = t_{\vec{v}} \circ t_{\vec{u}}$
- ✓ La réciproque d'une translation  $t_{\vec{v}}$ , notée :  $t_{\vec{v}}^{-1}$  est une translation de vecteur :  $-\vec{v}$ .  
Donc :  $t_{\vec{v}}^{-1} = -\vec{v}$ .

#### 3- Propriétés :

- Une translation conserve : les distances, les mesures des angles, l'alignement des points, le parallélisme, l'orthogonalité, les milieux des segments, les aires;
- L'image d'un cercle :  $C(O; r)$  par une translation :  $t_{\vec{v}}$ , est un cercle  $C'(O'; r)$  tel que :  
 $O' = t_{\vec{v}}(O)$ ;
- Le point  $N$  est l'image du point  $M$  par la translation qui transforme (ou qui applique)  $A$  en  $B$  signifie que le quadrilatère  $AMNB$  est un parallélogramme :  
 $\begin{cases} t(A) = B \\ t(M) = N \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BN} \Leftrightarrow AMNB \text{ est un parallélogramme.}$

**Remarque :** Si les points  $A$ ,  $M$ ,  $N$  et  $B$  sont alignés, alors  $AMNB$  est un parallélogramme aplati

**Exercice 1 :**

ABC est un triangle tel que :  $BC = 6\text{cm}$ ,  $\widehat{ABC} = 30^\circ$  et  $\widehat{ACB} = 55^\circ$ .

O est un point de la demi-droite :  $[BA)$  tel que :  $\overrightarrow{BO} = \frac{5}{3}\overrightarrow{BA}$

- 1- Fais la figure.
- 2- Construis l'image  $O'A'C'$  du triangle OAC par la translation de vecteur  $\overrightarrow{BC}$

**Exercice 2 :**

ABCD est un parallélogramme et I un point du segment  $[DC]$ .

- 1- Construis l'image E du point B par la translation qui transforme A en I.
- 2- Démontre que les points C, D et E sont alignés.
- 3- Quelle est l'image de I par la translation qui transforme D en C.