TITRE DE LA LEÇON : INEQUATIONS ET SYSTEMES D'INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX INCONNUES

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Cycle : Collège - Niveau : Troisième

Activité

On considère l'inéquation : $2x + y + 2 < 0$

- Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, trace la droite (D) d'équation :

$2x + y + 2 = 0$, qui partage ce plan en deux demi-plans (P_1) et (P_2) de frontière (D) ;

- Choisis, de façon arbitraire dans l'un des demi-plans, un point donné ;
- Remplace dans l'inéquation : $2x + y + 2 < 0$, les coordonnées de ce point, puis vérifie si l'inégalité obtenue est fraie ou fausse ;
- Identifie le demi-plan solution de l'inéquation et hachure le demi-plan qui n'est pas solution de l'inéquation proposée.

Je retiens : Soient : a, b, c , a', b', c' les nombres réels tels que : $(a, b) \neq (0; 0)$; $(a', b') \neq (0; 0)$.

- Les inéquations du premier degré à deux inconnues, sont les inéquations de la forme :
  $ax + by + c < 0$ ou $ax + by + c \leq 0$; ou $ax + by + c > 0$; ou $ax + by + c \geq 0$.
- $\begin{cases} ax + by + c < 0 \\ a'x + b'y + c' \geq 0 \end{cases}$: est un cas de système de deux inéquations du premier degré à deux inconnues ;
- Pour résoudre graphiquement une inéquation du premier degré à deux inconnues, on :

— trace la droite (D) d'équation : $ax + by + c = 0$, qui partage le plan en deux demi-plans (P_1) et (P_2) de frontière (D) ;

— choisit, de façon arbitraire un point donné dans l'un des demi-plans (de préférence le point $O(0; 0)$, s'il n'y a pas d'ambiguïté) ;

— remplace dans l'inéquation proposée, les coordonnées de ce point, puis on vérifie si l'inégalité obtenue est fraie ou fausse ;

— identifie le demi-plan solution de l'inéquation proposée et on hachure le demi-plan qui n'est pas solution de l'inéquation proposée.

- Pour résoudre graphiquement un système d'inéquations du premier degré à deux inconnues, on résout graphiquement (dans le même repère) les inéquations du premier degré à deux inconnues, qui composent le système, puis on adopte la méthode de résolution graphique d'une inéquation du premier degré à deux inconnues décrites ci-dessus. On identifie la partie du plan qui est à la fois solution des deux (ou plus de deux) inéquations proposées.

Exercice1 Résous dans, $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ $(ou\ dans\ \mathbb{R}^2)$, chacune des inéquations suivantes :

a) $x + y - 2 < 0$; b) $2x - y + 2 \geq 0$.

Exercice2

Résous dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, le système d'inéquations suivant : $\begin{cases}2x+2y-1\leq 0\\ x+y+2>0\end{cases}$

Solution2 :

-Equations associées :

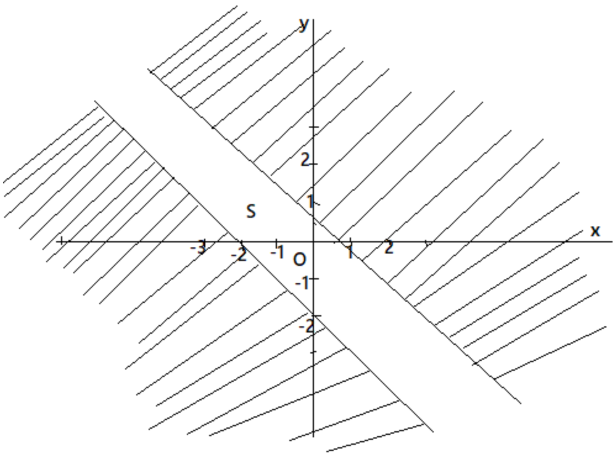
(D) : $2x+2y-1=0$ passe par les points: $\left(0;\frac{1}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{2};0\right)$

(D') :$x+y+2=0$ passe par les points $(0\,;-2)$; $(-2\,;0)$

-Vérifions si le couple $(0;0)$ satisfait aux inéquations du système :

- Pour :$2x+2y-1\leq 0$, on a : $2(0)+2(0)-1\leq 0 \Leftrightarrow -1\leq 0$ vraie. Donc le demi plan contenant le point $O(0;0)$, est solution de l'inéquation proposée et on hachure l'autre demi-plan
- Pour : $x+y+2>0$, on a :: $0+0+2>0 \quad\Leftrightarrow 2>$ vraie. Donc le demi-plan contenant le point O$(0;0)$, est pas solution de l'inéquation, on hachure l'autre demi-plan

.



Exercice3 : Résous dans $\mathbb{R}^2$ chacun des systèmes d'inéquations suivants :

a) $\begin{cases}3x+3y\leq 0\\ x-4<0\\ 2x+y-3>0\end{cases}$;d) $\begin{cases}2x-y-2>0\\ x-3\leq 0\\ 2y-1>0\\ 4-y\geq x\end{cases}$; e) $3\leq 2x+3y<6$