

**TITRE DE LA LEÇON : FONCTIONS AFFINES****Discipline : Mathématiques****Sous-discipline : Fonction (Activités diverses)****Cycle : Collège - Niveau : Troisième****1- Définition**

On appelle fonction affine, une fonction qui, à tout nombre réel x , associe le nombre réel $ax + b$ ou $mx + p$.

Si on désigne par f cette fonction, alors on peut noter $f: \mapsto ax + b$ ou $f(x) = ax + b$

Cas particuliers :

Si $b = 0$, alors $f: \mapsto f(x) = ax$ est une fonction linéaire

Si $a = 0$, alors $f: \mapsto f(x) = b$ est une fonction constante

2- Représentation graphique d'une fonction affine

La représentation graphique d'une fonction affine, est une droite (d) (non parallèle à l'axe des ordonnées), d'équation : $y = ax + b$ ou $y = mx + p$

a (ou m) : est le coefficient directeur ou pente de la droite (d)

b (ou p) : est l'ordonnée à l'origine de la droite (d)

3- Détermination des coefficients d'une fonction affine

Connaissant les images de deux nombres réels x_1 et x_2 ($x_1 \neq x_2$) par une fonction affine f , l'égalité suivante permet de déterminer le coefficient a ou m :

$$m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} : \text{taux d'accroissement (ou taux de variation) de } f \text{ entre } x_1 \text{ et } x_2$$

NB Calculer l'antécédent d'un réel β par f , c'est résoudre l'équation : $f(x) = \beta$

4- Sens de variation :

Soit f une fonction définie par $f(x) = ax + b$

- Si $a > 0$ alors f est strictement croissante (ou f est croissante) ;

- si $a < 0$; alors f est strictement décroissante (ou f est décroissante) ;

- si $a = 0$; alors f est constante

❖ Comparaison des images par une fonction affine

Soient α et β deux nombres réels tels que : $\alpha < \beta$

-Si f est croissante, alors $f(\alpha) < f(\beta)$

-Si f est décroissante, alors $f(\alpha) > f(\beta)$

5- Fonctions affines en escalier

Une fonction affine en escalier, est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels f coïncide avec une fonction constante



Exemples :

- ❖ **Fonction partie entière** : C'est une fonction qui, à tout nombre réel x , associe le nombre entier relatif $E(x)$;

$E(x)$ désigne la partie entière du nombre réel x .

Une fonction partie entière $f: \mapsto f(x) = E(x)$ est une fonction constante sur chaque intervalle $[n; n + 1[$ telle que :

$n \leq x < n + 1 \Leftrightarrow E(x) = n$; n est un nombre entier relatif.

Exemple : Si $f(x) = E(x)$ sur $-3 \leq x < 2$, alors

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = -3 \text{ si } -3 \leq x < -2 \\ f(x) = -2 \text{ si } -2 \leq x < -1 \\ f(x) = -1 \text{ si } -1 \leq x < 0 \\ f(x) = 0 \text{ si } 0 \leq x < 1 \\ f(x) = 1 \text{ si } 1 \leq x < 2 \\ f(x) = 2 \text{ si } 2 \leq x < 3 \end{array} \right.$$

6-Fonctions affines par intervalles ou par morceaux

Une fonction affine par intervalles ou par morceaux, est une fonction de \mathbb{R} dans \mathbb{R} dont l'ensemble de définition est une réunion d'intervalles sur chacun desquels f coïncide avec une fonction affine

- ❖ **Fonction valeur absolue** : Une fonction valeur absolue f , est une fonction affine par intervalles qui, à tout nombre réel x , associe le nombre réel $|ax + b|$

Exemple : $f: \mapsto f(x) = |2x + 4| = \begin{cases} 2x + 4 \text{ si } x \geq -2 \\ -2x - 4 \text{ si } x < -2 \end{cases}$

- ❖ **Fonctions mantisses** : Une fonction mantisse f , est une fonction affine par intervalles qui, à tout nombre réel x , associe le nombre réel : $f(x) = E(x) - x$ ou $f(x) = x - E(x)$; où est la partie entière de x

Exemple : Si $f(x) = x - E(x)$ sur $-3 \leq x < 2$, alors

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = x + 3 \text{ si } -3 \leq x < -2 \\ f(x) = x + 2 \text{ si } -2 \leq x < -1 \\ f(x) = x + 1 \text{ si } -1 \leq x < 0 \\ f(x) = x \text{ si } 0 \leq x < 1 \\ f(x) = x - 1 \text{ si } 1 \leq x < 2 \\ f(x) = x - 2 \text{ si } 2 \leq x < 3 \end{array} \right.$$

Exercice1

On considère la fonction affine f définie par : $f(x) = -2x + 3$

- 1- Etudie le sens de variation de f
- 2- Compare les nombres $f\left(\frac{3}{5}\right)$ et $f\left(\frac{5}{3}\right)$ sans les calculer.

**Solution1**

1-Sens de variation de f

$a = -2 < 0$, alors f est décroissante.

2-Comparaison de $f\left(\frac{3}{5}\right)$ et $f\left(\frac{5}{3}\right)$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 3}{5 \times 3} = \frac{9}{15} ; \frac{5}{3} = \frac{5 \times 5}{3 \times 5} = \frac{25}{15} ; \text{comme } 9 < 25, \text{ alors } \frac{3}{5} < \frac{5}{3}$$

De plus f est décroissante, alors $f\left(\frac{3}{5}\right) > f\left(\frac{5}{3}\right)$

Exercice2

On considère la fonction affine g définie par : $g(x) = -3x + 7$

a-Calcule l'image de par g , puis l'antécédent de 10.

b-Représente graphiquement g .