

TITRE DE LA LEÇON : INEQUATIONS ET SYSTEMES D'INEQUATIONS DU PREMIER DEGRE A DEUX INCONNUES

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Collège - Classe : Troisième

Activité

On considère l'inéquation : $2x + y + 2 < 0$

- Dans un plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, trace la droite (D) d'équation :

$2x + y + 2 = 0$, qui partage ce plan en deux demi-plans (P_1) et (P_2) de frontière (D) ;

- Choisis, de façon arbitraire dans l'un des demi-plans, un point donné ;
- Remplace dans l'inéquation : $2x + y + 2 < 0$, les coordonnées de ce point, puis vérifie si l'inégalité obtenue est vraie ou fausse ;
- Identifie le demi-plan solution de l'inéquation et hachure le demi-plan qui n'est pas solution de l'inéquation proposée.

Je retiens : Soient : a, b, c, a', b', c' les nombres réels tels que : $(a, b) \neq (0; 0); (a', b') \neq (0; 0)$.

- Les inéquations du premier degré à deux inconnues, sont les inéquations de la forme :
 $ax + by + c < 0$ ou $ax + by + c \leq 0$; ou $ax + by + c > 0$; ou $ax + by + c \geq 0$.
- $\begin{cases} ax + by + c < 0 \\ a'x + b'y + c' \geq 0 \end{cases}$: est un cas de système de deux inéquations du premier degré à deux inconnues ;
- Pour résoudre graphiquement une inéquation du premier degré à deux inconnues, on :
 - trace la droite (D) d'équation : $ax + by + c = 0$, qui partage le plan en deux demi-plans (P_1) et (P_2) de frontière (D) ;
 - choisit, de façon arbitraire un point donné dans l'un des demi-plans (de préférence le point $O(0; 0)$, s'il n'y a pas d'ambiguïté) ;
 - remplace dans l'inéquation proposée, les coordonnées de ce point, puis on vérifie si l'inégalité obtenue est vraie ou fausse ;
 - identifie le demi-plan solution de l'inéquation proposée et on hachure le demi-plan qui n'est pas solution de l'inéquation proposée.
- Pour résoudre graphiquement un système d'inéquations du premier degré à deux inconnues, on résout graphiquement (dans le même repère) les inéquations du premier degré à deux inconnues, qui composent le système, puis on adopte la méthode de résolution graphique d'une inéquation du premier degré à deux inconnues décrites ci-dessus. On identifie la partie du plan qui est à la fois solution des deux (ou plus de deux) inéquations proposées.

Exercice 1 : Résous dans, $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ (ou dans \mathbb{R}^2), chacune des inéquations suivantes :
a) $x + y - 2 < 0$; b) $2x - y + 2 \geq 0$.

Exercice 2 :

Résous dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, le système d'inéquations suivant :
$$\begin{cases} 2x + 2y - 1 \leq 0 \\ x + y + 2 > 0 \end{cases}$$

Solution2 :

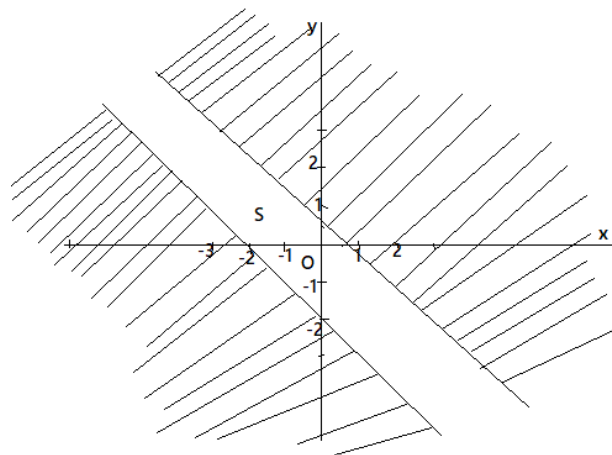
-Equations associées :

(D) : $2x + 2y - 1 = 0$ passe par les points: $(0; \frac{1}{2})$; $(\frac{1}{2}; 0)$

(D') : $x + y + 2 = 0$ passe par les points $(0; -2)$; $(-2; 0)$

-Vérifions si le couple $(0; 0)$ satisfait aux inéquations du système :

- Pour : $2x + 2y - 1 \leq 0$, on a : $2(0) + 2(0) - 1 \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq 0$ vraie. Donc le demi plan contenant le point $O(0; 0)$, est solution de l'inéquation proposée et on hachure l'autre demi-plan
- Pour : $x + y + 2 > 0$, on a : $0 + 0 + 2 > 0 \Leftrightarrow 2 > 0$ vraie. Donc le demi-plan contenant le point $O(0; 0)$, est pas solution de l'inéquation, on hachure l'autre demi-plan



Exercice3 : Résous dans \mathbb{R}^2 chacun des systèmes d'inéquations suivants :

$$\text{a) } \begin{cases} 3x + 3y \leq 0 \\ x - 4 < 0 \\ 2x + y - 3 > 0 \end{cases} ; \text{d) } \begin{cases} 2x - y - 2 > 0 \\ x - 3 \leq 0 \\ 2y - 1 > 0 \\ 4 - y \geq x \end{cases} ; \text{e) } 3 \leq 2x + 3y < 6$$

