TITRE DE LA LEÇON : EQUATIONS DANS $\mathbb{R}$
Discipline : Mathématiques
Sous-discipline : Algèbre
Niveau : Collège - Classe : Troisième

I-Equations a une inconnue dans $\mathbb{R}$ du type :$|ax+b|=c$

Activité

On se propose de résoudre l'équation :$|2x+3|=1$

- *Egale $2x+3$ à 1 et $2x+3$ à -1, puis détermine la valeur de x dans chaque cas ;*
- *Prouve que la valeur de x trouvée dans chaque cas, vérifie l'équation*: $|2x+3|=1$.

Je retiens :

1-Une équation du premier degré à une inconnue, *est une équation de la forme **:** $\boldsymbol{a}x+\boldsymbol{b}=\mathbf{0}$*
*où **a et b** sont des nombre réels ; a$\neq 0$.*
Pour la résoudre, on procède comme suit :
-Si a$\neq 0$, alors l'équation admet une solution unique : $x=-\frac{b}{a}$ et l'ensemble de solution est : $S=\left\{\frac{-b}{a}\right\}$
-Si $a=0$ et $b\neq 0$: $\mathbf{0}x=-\boldsymbol{b}$, alors l'équation n'a pas de solution et $S=\{\quad\}$ ou $S=\phi$;
-Si $a=0$ et $b=0$: $\mathbf{0}x=\mathbf{0}$, alors l'équation admet une infinité de solutions et $S=\mathbb{R}$
*2-**Pour résoudre une équation de type :** $|\boldsymbol{ax}+\boldsymbol{b}|=\boldsymbol{c}$; $(c\geq 0)$:*
-On utilise la propriété : $|a|=|b|\ \big(ou\ |a|=b\ ;b\geq 0\big)\Leftrightarrow a=b\ \ ou\ a=-b$;
-On détermine la valeur de x dans chaque cas ;
-On donne l'ensemble de solutions de l'équation : $|ax+b|=c$, qui est la réunion des ensembles de solutions trouvées dans les deux cas : $ax+b=c$ ou $ax+b=-c$.

II-Equations se ramenant à une équation du premier degré à une inconnue.

1-Equations produit du type : *(ax +b)$(cx+d)$ … $=0$; a, b, c et d sont des réels.*

Activité

On se propose de résoudre l'équation :$9x^2-4=0$

- *En utilisant l'identité remarquable : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$, factorise $9x^2-4$.*
- *Annule chaque facteur de l'expression factorisée de $9x^2-4$.*
- *Résous chaque équation obtenue.*

Je retiens :

Pour résoudre une équation produit du type : (ax +b)$(cx+d)=0$,
-on annule au moins l'un des facteurs : $ax+b\ =0$ ou $cx+d=0$;
-on résout chaque équation du premier degré obtenue ;
-on donne l'ensemble de solution de l'équation :
(ax +b)$(cx+d)=0$, qui est la réunion des ensembles de solutions trouvées dans les deux équations:
$ax+b=0$, $cx+d=0$.

2-Equations rationnelles du type : $\frac{\boldsymbol{A}(x)}{\boldsymbol{B}(x)}=\mathbf{0}$ *ou* $\frac{\boldsymbol{A}(x)}{\boldsymbol{B}(x)}=\boldsymbol{k}$

où $A(x)$ et $B(x)$ sont des polynômes du premier degré ou des polynômes se ramenant au premier degré ; k un réel

Activité : On se propose de résoudre l'équation : $\frac{2x+5}{x-4}=0$

- *Résoudre dans IR, l'équation :* $x - 4 = 0$
- *Détermine l'ensemble de définition de l'expression* $\frac{2x+5}{x-4}$.
- *Résoudre dans IR, l'équation :* $2x + 5 = 0$
- *Vérifie si la valeur de* x *trouvée dans l'équation :* $2x + 5 = 0$ *est solution de l'équation :* $\frac{2x+5}{x-4} = 0$
- *Vérifie si la valeur de* x *trouvée dans l'équation :* $2x + 5 = 0$ *appartient ou pas à l'ensemble de définition.*

Je retiens :

Pour résoudre une équation rationnelle, on :

-détermine d'abord l'ensemble de définition (ou ensemble de validité) de la fraction rationnelle associée ;

- résout l'équation proposée, en appliquant la propriété fondamentale des proportions : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a.d = b.c$

-vérifie si la valeur de x *trouvée appartient ou pas à l'ensemble de définition.*

-donne l'ensemble de solution de l'équation proposée.

Exercice 1 :

Résous dans $\mathbb{R}$*, l'équation :* $(7x - 5)(5x + 4) = 0$.

Solution : *Je résous dans* $\mathbb{R}$*, l'équation :* $(7x - 5)(5x + 4) = 0$

$(7x - 5)(5x + 4) = 0 \Leftrightarrow 7x - 5 = 0$ *ou* $5x + 4 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{5}{7}$ *ou* $x = -\frac{4}{5}$. *Donc* $S = \left\{\frac{5}{7}\right\} \cup \left\{-\frac{4}{5}\right\} = \left\{-\frac{4}{5}; \frac{5}{7}\right\}$.

Exercice 2 :

Résous dans $\mathbb{R}$*, l'équation :* $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$.

Solution : *Je résous dans* $\mathbb{R}$*, l'équation :* $\frac{x^2-9}{x+3} = 0$.

$\frac{x^2-9}{x+3}$ *est définie* $\Leftrightarrow x + 3 \neq 0$

Posons $x + 3 = 0$ *on* $a = -3$ *et* $D = \mathbb{R} - \{-3\}$.

Par suite, $\frac{x^2-9}{x+3} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0$ *ou* $x - 3 = 0$.

$\Leftrightarrow x = -3$ *ou* $x = 3$.

-3 *n'est pas solution de cette équation, car* $-3 \notin D$. *Donc* $S = \{3\}$.