

TITRE DE LA LEÇON : TRANSFORMATIONS DU PLAN : ROTATIONS

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Géométrie

Niveau : Collège

-

Classe : Troisième

Activité :

Le sens de parcours sur le cercle est le sens contraire au déplacement des aiguilles d'une montre.

- 1- Construis le triangle OMN isocèle en O tel que : $OM = 6\text{cm}$, $\text{mes}\widehat{MON} = 60^\circ$.
- 2- Trace le cercle de centre O et de rayon de longueur 6cm.
- 3- I est un point du cercle (C) tel que : $\text{mes}\widehat{ION} = 70^\circ$.
Construis le point J de (C) tel que $\text{mes}\widehat{IOJ} = 60^\circ$
- 4- Que dire des points I et J par rapport aux points M et N ?

Je retiens :

1- Définition

Soient O un point du plan et α un nombre réel non nul.

On appelle rotation de centre O et d'angle α , l'application $R_{(O;\alpha)}$ du plan dans lui-même qui, à tout point M du plan ($M \neq O$), associe le point M', image de M par R tel que :

$$OM' = OM \text{ et } \text{mes}(\widehat{MOM'}) = \alpha.$$

On écrit:
$$R_{(O;\alpha)}(M) = M' \Leftrightarrow \begin{cases} OM' = OM \\ \text{mes}(\widehat{MOM'}) = \alpha. \end{cases}$$

Remarque :

- Si $M = O$, alors $M = M'$
- Le seul point invariant par une rotation de centre O et d'angle non nul, est son centre.

2- Image d'un point par une rotation

Pour construire l'image d'un point M par une rotation de centre O qui applique (ou transforme) A sur A', on :

- Place les points O, A et A' dans le plan tels que : $OA = OA'$ et $\text{mes}\widehat{AOA'}$ soit égale à l'angle de la rotation ;
- Trace le cercle (C) de centre O qui passe par M ;
- Place sur (C) le point M', image de M par R telle : $\text{mes}\widehat{MOM'} = \text{mes}\widehat{AOA'}$.

NB : Si le sens de parcours sur le cercle n'est pas donné, alors on choisit le sens contraire au déplacement des aiguilles d'une montre.

Exercice 1 :

- 1- Construis un cercle (C) de centre A et de rayon de longueur 3cm.
- 2- Place un point O extérieur à ce cercle.
- 3- Construis l'image (C') du cercle (C) par la rotation de centre O et d'angle 60° . On utilisera le sens de parcours sur le cercle, le sens contraire au déplacement des aiguilles d'une montre.
- 4- Justifie que (C') est un cercle dont on précisera le rayon.

**Exercice 2 :**

- 1- Construis un triangle MAB rectangle et isocèle en M.
- 2- On note R, la rotation de centre M qui transforme A en B.
 - a) Quel est la mesure de l'angle de cette rotation R.
 - b) Construis les points C et D images respectives des points B et C par la rotation R.
 - c) Que peut-on dire du quadrilatère ABCD ?

Exercice 3 :

- 1- Construis un triangle ABC tel que : $AB = 7\text{cm}$, $AC = 4\text{cm}$ et $\widehat{CAB} = 40^\circ$.
- 2- Place un point O extérieur à ce triangle.
- 3- Construis l'image $A'B'C'$ du triangle ABC par la rotation de centre O et d'angle de mesure 40° dans le sens des aiguilles d'une montre.
- 4- Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{C'A'B'}$. Justifie.