

**TITRE DE LA LEÇON : OBJETS GEOMETRIQUES DU PLAN : Quadrilatères**

**Discipline : Mathématiques**

**Sous-discipline : Géométrie**

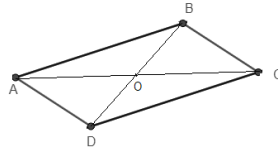
**Niveau : Collège**

-

**Classe : Troisième**

**I- PARALLELOGRAMMES**

**1-Rappel : propriétés pour reconnaître un parallélogramme**



- Un parallélogramme, est un quadrilatère (polygone de quatre côtés) dont les côtés opposés sont parallèles.(définition)
- Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu, est un parallélogramme. Le point d'intersection des diagonales, est le centre de symétrie du parallélogramme ;
- Un quadrilatère dont les côtés opposés, ont même longueur, est un parallélogramme ;
- Un quadrilatère qui a deux côtés opposés deux à deux de même longueur et de support parallèles, est un parallélogramme;
- Un quadrilatère dont les angles des sommets opposés, ont même mesure, est un parallélogramme ;
- Un quadrilatère dont les angles des sommets consécutifs, sont supplémentaires ( $\hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ ), est un parallélogramme ;

**2- Construction d'un parallélogramme connaissant les longueurs des côtés**

Activité :

On se propose de construire un quadrilatère ABCD tel que :  $AB = 6\text{cm}$  et  $AD = 3\text{cm}$

- a- Trace le segment  $[AB]$  de longueur 6cm.
- b- Place un point D n'appartenant ni à  $(AB)$ , ni à  $[AB]$  de telle sorte que  $(AB)$  et  $(AD)$  ne soient perpendiculaires.
- c- Trace un arc de cercle de centre D et de rayon  $[AB]$ , puis un autre arc de cercle de centre B et de rayon  $[AD]$ .
- d- Place le point d'intersection C de ces deux arcs de cercles.
- e- Joint les points A, B, C et D.
- f- Identifie le quadrilatère ABCD.

**Je retiens :** Pour construire un parallélogramme ABCD dont on connaît les longueurs des deux côtés,

- on trace le segment  $[AB]$  de longueur AB.
- on place un point D n'appartenant ni à  $(AB)$ , ni à  $[AB]$  de telle sorte que  $(AB)$  et  $(AD)$  ne soient pas perpendiculaires.
- on trace un arc de cercle de centre D et de rayon  $[AB]$ , puis un autre arc de cercle de centre B et de rayon  $[AD]$ .
- on place le point d'intersection C de ces deux arcs de cercles
- on trace le parallélogramme ABCD.



**NB :** Pour construire un parallélogramme ABCD **connaissant les longueurs des diagonales,**

- on trace les diagonales  $[AC]$  et  $[BD]$  de longueurs respectives  $AC$  et  $BD$  ;
- on place un point  $I$ , à la fois milieu de  $[AC]$  et de  $[BD]$
- on trace le parallélogramme ABCD.

## II- Parallélogrammes particuliers

### 1- Rappel : propriétés pour reconnaître un rectangle:

- Un rectangle est un parallélogramme (ou quadrilatère) qui a ses quatre angles droits (définition) ;
- Un parallélogramme qui a un angle droit, est un rectangle ;
- Un parallélogramme dont les diagonales ont la même longueur, est un rectangle ;
- Un parallélogramme (ou quadrilatère) dont les médiatrices des côtés opposés sont les axes de symétrie, est un rectangle.

### 2-Rappel : propriétés pour reconnaître un losange:

- Un losange est un parallélogramme (ou quadrilatère) qui a ses quatre côtés de même longueur (définition) ;
- Un parallélogramme qui a deux côtés consécutifs, de même longueur, est un losange ;
- Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires, est un losange.

### 3- Rappel : propriétés pour reconnaître un carré:

- Un carré est un parallélogramme (ou quadrilatère) qui a ses quatre angles droits et ses quatre côtés de même longueur (définition) ;
- Un parallélogramme qui a un angle droit et deux côtés consécutifs de même longueur, est un carré ;
- Un parallélogramme dont les diagonales sont perpendiculaires et ont la même longueur, est un carré ;
- Un parallélogramme (ou quadrilatère) dont les médiatrices des côtés opposés sont les axes de symétrie, est un carré.

### Remarque :

-Un carré est à la fois un rectangle et un losange.

-Dans un rectangle, le point de rencontre des diagonales ou des axes de symétrie, est le centre du cercle circonscrit au rectangle.

-Dans un carré, le point de rencontre des diagonales ou des axes de symétrie, est le centre du cercle circonscrit et inscrit au carré. Ces deux cercles sont disjoints et concentriques.

### 4-Construction des parallélogrammes particuliers:

#### Activités

- 1- Construis un parallélogramme ABCD tels que :  $AB = 6\text{cm}$  ;  $AD = 3\text{cm}$  et les segments  $[AB]$  et  $[AD]$  soient perpendiculaires.
- 2- Construis un parallélogramme RODI tels que :  $RO = 5\text{cm}$  ;  $RI = 5\text{cm}$  et les segments  $[RO]$  et  $[RI]$  soient perpendiculaires.
- 3- Construis un parallélogramme EPLF tel que :  $EL = 8\text{cm}$  et  $PF = 6\text{cm}$  et  $(EL) \perp (PF)$ .

#### Je retiens :

- Pour construire un rectangle ou un carré dont on connaît les longueurs des côtés, on trace d'abord deux côtés perpendiculaires, puis on applique le même programme de la construction d'un parallélogramme.

- Pour construire un losange dont on connaît les longueurs des diagonales, on trace deux diagonales perpendiculaires de même milieu (ou perpendiculaires en leur milieu), puis on joint les sommets.

## II- TRAPEZES

### 1- Rappel :

- Un trapèze est un quadrilatère qui à deux côtés opposés de supports parallèles (définition) ;
- Dans un trapèze, la droite joignant le point d'intersection des côtés non parallèles au point d'intersection des diagonales, passe par les milieux des côtés parallèles ;
- Un trapèze est dit isocèle, quand ses deux côtés de supports non parallèles, ont la même longueur.
- Un trapèze qui a un angle droit (ou qui a deux et deux angles droits), est dit trapèze rectangle.

### 2- Construction d'un trapèze

Activité :

On se propose de construire un quadrilatère ABCD, dont les supports (AB) et (CD) sont strictement parallèles, tels que :  $AB = 3,5\text{cm}$  ;  $DC = 7\text{cm}$ . B sera placé à droite de A.

- 1- a) Construis un segment [DC], puis place un point H de [DC] tel que :  $DH = 2\text{cm}$  .  
b) Construis le segment [AB], tel que  $AH = 3\text{cm}$ , où H est le pied de la hauteur issue de A.  
c) Joint les sommets A, B, C et D et identifie le quadrilatère obtenu. Justifie ta réponse.
- 2- Identifie le quadrilatère ABCH. Justifie ta réponse.  
a) Construis un triangle BCG isocèle en B dont un côté est [BC] tel que :  $CG = 2,5\text{cm}$ .  
b) Place les points I et J, milieux respectifs de [BG] et [BC].  
c) Identifie le quadrilatère IGCI. Justifie ta réponse.

### Je retiens :

- Pour construire un trapèze,
  - ✓ on trace la grande base, parallèle à la petite base séparée par une hauteur donnée ;
  - ✓ on joint les points ou sommets du trapèze ;
- Pour construire un trapèze rectangle, on peut construire un triangle rectangle, puis tracer une droite qui coupe l'hypoténuse et l'un des côtés et qui est parallèle à l'autre côté ;
- Pour construire un trapèze isocèle, on peut construire un triangle isocèle, puis tracer la droite des milieux des côtés, qui est parallèle au côté opposé au sommet principal.

### Exercice 1 :

- a) Construis un rectangle MNPQ, de centre O tel que :  $MN = 7\text{cm}$  ;  $NP = 3\text{cm}$ .
- b) Trace le cercle (C) de centre O et de rayon [ON].

### Exercice 2 :

- a) Construis un carré HTKZ, de centre O de côté de longueur 8cm .
- b) Trace le cercle (C) de centre O et de rayon [OH]. Que dis-tu de ce cercle par rapport à ce carré ?
- c) Trace le cercle (C') de centre O et tangent aux côtés du carré HTKZ. Que peux-tu dire de ce cercle par rapport à ce carré ?
- d) Identifie la position relative de ces deux cercles. Justifie ta réponse

### Exercice 3 :

- a) Construis un losange GRTH, de côté de longueur 8cm .
- b) Construis un losange OBED tel que :  $OE = 12\text{cm}$  ;  $BD = 8\text{cm}$ .



**Exercice 4 :**

$ABCD$  est un parallélogramme de centre  $O$  tel que :  $AB = 9\text{cm}$ ;  $AD = 5\text{cm}$  et  $\widehat{BAD} = 40^\circ$ .  
Les points  $I$ ,  $J$ ,  $K$  et  $L$  sont les milieux respectifs des segments :  $[OA]$ ,  $[OB]$ ,  $[OC]$  et  $[OD]$

- 1- Construis la figure.
- 2- En utilisant les propriétés des droites des milieux, démontre que  $IJKL$  est un parallélogramme.

**Exercice 5 :**

1. Construis le parallélogramme  $ABCD$  de centre  $O$  tel que :  
 $AB = 8\text{cm}$ , et  $\widehat{BAC} = 40^\circ$  et  $\widehat{ABD} = 30^\circ$ .
2. Place le point  $I$  milieu de  $[AB]$  et le point  $J$  milieu de  $[BC]$ .
3. Construis le point  $E$  symétrique de  $D$  par rapport à  $I$  et le point  $F$  symétrique de  $D$  par rapport à  $J$ .
4. Quelle est la nature des quadrilatères  $AEBD$  et  $DBFC$ ? Justifie ta réponse.
5. Les points  $A$ ,  $B$  et  $F$  sont-ils alignés? Justifie ta réponse.