TITRE DE LA LEÇON : THEOREME DE THALES
Discipline : Mathématiques
Sous-discipline : Géométrie
Niveau : Collège - Classe : Troisième

I- ENONCE DU THEOREME DE THALES ET SA RECIPROQUE

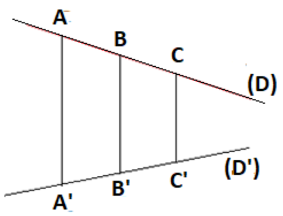
Activité

- *Trace deux droites (d_1) et (d_2) qui sont sécantes en les prolongeant.*
- *Place les points A, B et C de (d_1) tels que : AB = 1,8cm ; AC = 4,5cm et BC = 2,7cm.*
- *Place les points E, F et G sur (d_2) telles que les droites (AE), (BF), (CG) soient parallèles deux à deux et EF = 2cm ; GF = 3cm et EG = 5cm.*
- *Calcule, puis compare les rapports : $\frac{AB}{EF}$, $\frac{BC}{FG}$ et $\frac{AC}{EG}$.*

Je retiens :

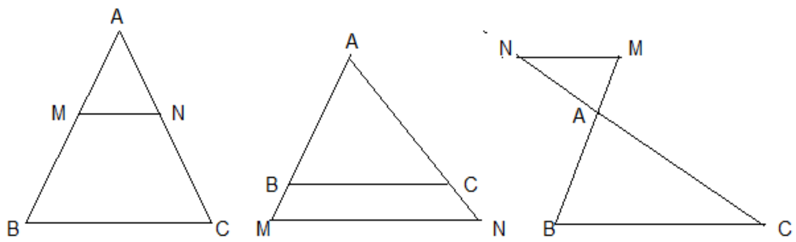
- ***Enoncé du théorème de Thalès** :*
  - ✓ ***Cas général :***

Deux droites parallèles déterminent sur deux droites sécantes quelconques (D) et (D'), des segments correspondants dont les longueurs sont proportionnelles.



Si(AA') // (BB') // (CC'), alors d'après le théorème de Thales, on a : $\frac{\mathbf{A'B'}}{\mathbf{AB}} = \frac{\mathbf{A'C'}}{\mathbf{AC}} = \frac{\mathbf{B'C'}}{\mathbf{BC}}$

- ✓ ***Cas particuliers (cas des triangles) :***



Soient un triangle ABC, M un point de (AB) et N un point de (AC).

Si : (BC) // (MN), alors d'après le théorème de Thales, on a : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ *ou* $\frac{AN}{AM} = \frac{AC}{AB} = \frac{NC}{MB}$.

- *Réciproque du théorème de Thales **(cas des triangles):***

Soient un triangle ABC, M un point de (AB) et N un point de (AC).

Si $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$, *alors (MN) // (BC).*

II- UTILISATION DU THEOREME DE THALES

1- Construction d'une quatrième proportionnelle

Activité

- *Trace deux demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$, sécantes en O ;*
- *Marque deux points A et B sur $[Ox)$ tels que : $OA = 4{,}8cm$, et $AB = 3{,}2cm$;*
- *Marque le point C sur $[Oy)$ tel que : $OC = 3{,}6cm$;*
- *Trace la parallèle à la droite (AC) qui passe par B. Elle coupe $[Oy)$ en D ;*
- *Mesure, à l'aide d'une règle graduée, la longueur inconnue CD, puis compare les rapports : $\frac{OA}{AB}$ et $\frac{OC}{CD}$. Que représente la longueur inconnue CD par rapport aux trois longueurs connues OA, AB et OC, prises dans cet ordre ?*

Je retiens :

Pour construire géométriquement un segment $[AE]$ de longueur : $x = AE$, connaissant les trois longueurs : $AB = a$, $AC = b$ et $AD = d$ telles que : $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{x}$, on :

- *trace deux demi-droites $[Ax)$ et $[Ay)$, sécantes en A ;*
- *marque deux points B et C sur $[Ax)$ tels que : $AB = a$ et $AC = b$;*
- *marque le point D sur $[Ay)$ tel que : $AD = d$;*
- *trace la parallèle à la droite (BD) qui passe par C. Elle coupe $[Ay)$ en E.*

La longueur inconnue $x = AE$, est la quatrième proportionnelle aux nombres : $AB = a$, $AC = b$ et $AD = d$ pris dans cet ordre.

2- Partage d'un segment dans un rapport donné

Activité :

On se propose de construire le point M tel que : $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{7}$

- *Trace le segment $[AB]$, puis la demi-droite $[Ax)$, distincte de $[AB]$;*
- *Marque les points C et D sur $[Ax)$ tels que : $AC = 3cm$, et $CD = 7cm$;*
- *Trace la parallèle à (BD) qui passe par C. Elle coupe $[AB]$ en M.*
- *En utilisant le théorème de Thalès , démontre que : $\frac{MA}{MB} = \frac{3}{7}$*

Je retiens :

Soient m et n deux entiers naturels non nuls.
Pour construire un point M (extérieur ou intérieur) à un segement $[AB]$ qui le partage dans un rapport donné : $\frac{MA}{MB} = \frac{m}{n}$, on :

- *trace le segment $[AB]$, puis la demi-droite $[Ax)$, distincte de $[AB]$;*
- *tarque les points C et D sur $[Ax)$ tels que : $AC = m$, et $CD = n$;*
- *trace la parallèle à (BD) qui passe par C. Elle coupe $[AB]$ en M.*
- *Si $m < n$, alors M est intérieur à $[AB]$ et si $m > n$, alors M est extérieur à $[AB]$*

On dit que le point M partage un segment $[AB]$ dans le rapport $\frac{m}{n}$.

***Exercice 1** :*

MOT est triangle tel que MO = 8 cm ; MT = 5 cm et OT = 7,5 cm.

I est un point du segment [OM] tel que IM = 2,5 cm. La parallèle à la droite (OT) passant par I coupe la droite (MT) en J.

1. *Construis la figure.*
2. *Calcule MJ et IJ*

***Exercice 2** :*

ABCD est un rectangle tel que AB = 8 cm et BC = 5 cm. Soit M un point du segment [AB] et N celui de [BC] tels que BM = 4 cm et BN = 2,5 cm.

a) *Construis la figure.*

b) *Montre que les droites (AC) et (MN) sont parallèles.*

Exercice 3 :

***OPI** est triangle tel que OP = 3 cm ; OI= 4 cm et PI = 5 cm. Soit M un point de la demi-droite $[PO)$ tel que : OM = 5 cm.*

La parallèle à la droite (PI) passant par M, coupe la droite (OI) en N.

a) *Construis la figure.*

b) *Calcule ON et MN.*

Exercice 4 :

A,B,C et D sont quatre points distincts tels que $[AB)$ et $[AC)$ sont deux demi-droites de directions différentes : $AB = 3cm$, $AC = 4cm$ et $AD = 5cm$.

a) *Construis géométriquement le segment $[AE]$ de longueur x tel que : $\frac{AC}{x} = \frac{AB}{AD}$ et $E \in [AC)$*

b) *Calcule x .*

c) *En utilisant le théorème de Thalès, calcule AE.*

Exercice 5 :

$[AB]$ est un segment de longueur 10cm.

Construis le point J dans chacun des cas suivants : a) $\frac{JA}{JB} = \frac{4}{9}$; b) $\frac{JA}{JB} = \frac{5}{3}$ (justifie la construction