**TITRE DE LA LEÇON : TRANSFORMATIONS DU PLAN : TRANSLATIONS**
**Discipline : Mathématiques**
**Sous-discipline : Géométrie**
**Niveau : Collège - Classe : Troisième**

**Activité :**
Dans le plan rapporté à un repère orthonormé : $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne :
$A(1;1)$, $B(3;4)$, $D(3;0)$.

1- Place ces points dans le repère, puis construire le point C pour que le quadrilatère ABCD soit un parallélogramme.
2- Calcule les coordonnées du point C, puis celles des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
3- Compare $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.
4- Soient $M(x;y)$ et $M'(x';y')$ deux points du plan tels que : $\overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{AB}$.
Exprime les coordonnées du point M' en fonction des coordonnées du point M.

**Je retiens :**

1- **Définition :** Un point M' est l'image (le translaté) d'un pont M par la translation de vecteur $\vec{v}$, si et seulement si : $\overrightarrow{MM'} = \vec{v}$. On note : $M' = t_{\vec{v}}(M)$
On écrit : $M' = t_{\vec{v}}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v}$.

2- **Composée de deux translations ou translations successives**
La composée de deux translations : $t_{\vec{u}}$ et $t_{\vec{v}}$ est une translation de vecteur : $\vec{u} + \vec{v}$ ou $\vec{v} + \vec{u}$ : $t_{\vec{u}} o t_{\vec{v}} = t_{\vec{u}+\vec{v}} = t_{\vec{v}+\vec{u}}$.

**NB :**

- ✓ $t_{\vec{u}} o t_{\vec{v}} = t_{\vec{v}} o t_{\vec{u}}$
- ✓ La réciproque d'une translation $t_{\vec{v}}$, notée : ${t_{\vec{v}}}^{-1}$ est une translation de vecteur :$-\vec{v}$.
Donc : ${t_{\vec{v}}}^{-1} = -\vec{v}$.

3- **Propriétés :**

- Une translation conserve : les distances, les angles, l'alignement, le parallélisme, l'orthogonalité, les milieux ;
- L'image d'un cercle : $C(O;r)$ par une translation : $t_{\vec{v}}$, est un cercle $C'(O';r)$ tel que : $O' = t_{\vec{v}}(O)$.

4- **Expression analytique d'une translation**
Soient $M(x;y)$ et $M'(x';y')$ deux points du plan, $\vec{v}\binom{a}{b}$ un vecteur du plan :
$M' = t_{\vec{v}}(M) \Leftrightarrow \overrightarrow{MM'} = \vec{v} \Leftrightarrow \binom{x'-x}{y'-y} = \binom{a}{b}$. Donc : $t_{\vec{v}} : \begin{cases} x' = x + a \\ y' = y + b \end{cases}$

**NB :** ${t_{\vec{v}}}^{-1} : \begin{cases} x' = x - a \\ y' = y - b \end{cases}$.

Une translation de vecteur non nul, n'admet pas de point invariant.

**Exercice 1 :**

ABC est un triangle tel que : $BC = 4cm$, $mes\widehat{ABC} = 45°$ et $mes\widehat{ACB} = 60°$.

O est un point de la demi-droite : $[BA)$ tel que : $\overrightarrow{BO} = \frac{7}{4}\overrightarrow{BA}$

1- Fais la figure.

2- Construis l'image O'A'C' du triangle OAC par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$

**Exercice 2 :**

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé : $(O; \vec{i}, \vec{j})$, on donne :
$A(2; -3)$et $B(0; 4)$. Soit f une transformation du plan qui, à tout point $M(x; y)$ du plan associe le point $M'(x'; y')$tel que : $\begin{cases} x' = x - 1 \\ y' = y + 3 \end{cases}$

1- Calcule les cordonnées des points A' et B' images respectives de A et B par f.

2- Démontre que f est une translation dont on déterminera le vecteur $\vec{v}$.

3- ABC est un triangle tel que : $BC = 4cm$, $mes\widehat{ABC} = 45°$ et $mes\widehat{ACB} = 60°$.

**Exercice 3 :**

MNP est un triangle tel que : $MN = 9cm$, $MP = 4cm$ et $NP = 6{,}5cm$

Fais la figure.

Construis l'image M''N''P'' du triangle MNP par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ suivie de la translation de vecteur : $\overrightarrow{AC}$, c'est-à-dire par : $t_{\overrightarrow{AC}} o t_{\overrightarrow{AB}}$