

TITRE DE LA LEÇON : OBJETS GEOMETRIQUES DU PLAN : Triangles et droites particulières

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Géométrie

Niveau : Collège

-

Classe : Troisième

I- DROITES DES MILIEUX

Activité :

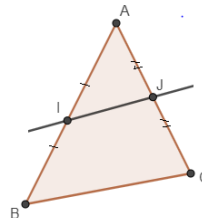
On considère le triangle ABC tel que : $AB = 7\text{cm}$; $AC = 6\text{cm}$ et $BC = 5\text{cm}$

- 1- Construis les points M, N milieux respectifs des côtés $[AB]$ et $[AC]$.
- 2- Identifie la position relative des droites (MN) et (BC) , puis compare les longueurs MN et BC respectivement des segments $[AB]$ et $[AC]$.
- 3- Place un point P sur $[BC]$ de telle sorte que les droites (MP) et (AC) soient parallèles.
- 4- Identifie la position du point P sur $[BC]$.

— **Propriété1 :**

- ✓ Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors elle est parallèle au support du troisième côté ;
- ✓ Dans un triangle, si une droite passe par les milieux de deux côtés, alors la longueur du segment qui joint les milieux de deux côtés, est égale à la moitié de celle du troisième côté.

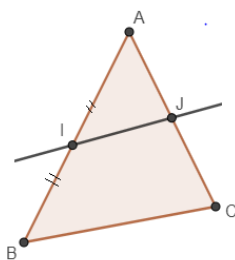
Exemple : $\begin{cases} ABC \text{ est un triangle} \\ I \text{ est le milieu de } [AB], \text{ alors } (IJ) \parallel (BC) \text{ et } IJ = \frac{1}{2}BC. (IJ) \text{ est appelée : Droite des} \\ J \text{ est le milieu de } [AC]. \end{cases}$
milieux.



— **Propriété2 :**

- ✓ Dans un triangle, si une droite passe par le milieu d'un côté et est parallèle à un deuxième côté, alors elle coupe le troisième côté en son milieu.

Exemple : $\begin{cases} ABC \text{ est un triangle} \\ I \text{ est le milieu de } [AB], \text{ alors } (IJ) \text{ coupe } [AC] \text{ en son milieu } J.; \\ (IJ) \text{ est parallèle à } (BC). \end{cases}$



II-PROPRIETES CARACTERISTIQUES DES DROITES PARTICULIERS DANS UN TRIANGLE

1-Triangle rectangle

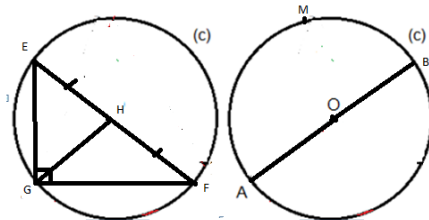
Activité :

On considère le triangle ABC, rectangle en A tel que : $AB = 3\text{cm}$; $AC = 4\text{cm}$ et $BC = 5\text{cm}$

- 1- Construis la médiane (AI) ou [AI] issue du sommet A ;
- 2- A l'aide de ta règle graduée, compare la mesure [AI] à celle de [IC].
- 3- Trace le cercle (C), de centre I, passant par les points A, B, C.

Je retiens : Dans un triangle rectangle :

- La longueur de la médiane issue de l'angle droit (médiane relative à l'hypoténuse), est égale à la moitié de la longueur de l'hypoténuse ;
- Le milieu de l'hypoténuse, est le centre du cercle circonscrit au triangle ;
- Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés (ou si un triangle a un côté égal au diamètre du cercle circonscrit), alors ce triangle est rectangle ;
- Si un point M, distinct de deux points A et B donnés, appartient au cercle de diamètre [AB], alors l'angle \widehat{AMB} est droit.



Exemples :

$\left\{ \begin{array}{l} GEF \text{ est un triangle rectangle en } G \\ H \text{ milieu de l'hypoténuse} \end{array} \right.$, alors : $HG = HE = HF = \frac{EF}{2}$.

$\left\{ \begin{array}{l} M \in (C) \text{ de diamètre } [AB] \\ M \neq A, M \neq B \end{array} \right.$, alors \widehat{AMB} est droit.

2- Propriétés des triangles équilatéral et isocèle

- ✓ Dans un triangle ABC isocèle en A, la médiane, la hauteur, la bissectrice issue du sommet principal A et la médiatrice du côté [BC] opposé à ce sommet, sont confondues.
- ✓ Dans un triangle équilatéral, la médiane, la hauteur, la bissectrice issue des sommets et les médiatrices des côtés, sont toutes confondues.
- ✓ Dans un triangle équilatéral, le cercle inscrit et le cercle circonscrit, ont le même centre, mais de rayons différents. On que ces cercles sont concentriques.

**Exercice 1 :**

- 1- Construis un triangle équilatéral ABC, tel que : $AB = AC = BC = 5\text{cm}$.
- 2- Construis toutes les droites remarquables de ce triangle.
- 3- Trace le cercle (C), circonscrit à ce triangle, ainsi que son cercle inscrit (C').

Exercice 2 :

- a- Construis un triangle isocèle ABC, tel que : $EF = EG = 4\text{cm}$ et $FG = 7\text{cm}$.
- b- Construis la hauteur (FH) relative au côté [EG].
- c- . Construis la médiatrice (D) du côté [GF].

Exercice 3 :

- 1- Construis un triangle isocèle ABC, tel que : $AB = AC = 5\text{cm}$.
- 2- Construis toutes les droites remarquables de ce triangle, issues du sommet principal.
- 1- Trace le cercle (C), circonscrit à ce triangle, ainsi que son cercle inscrit (C').

Exercice 4 :

On considère le triangle RST tel que : $RS = 4\text{cm}$; $RT = 6\text{cm}$ et $TS = 9\text{cm}$.

Les points M et N sont les milieux respectifs des côtés [RS] et [RT].

- 1- Construis la figure
- 2- En utilisant les propriétés de la droite des milieux
 - a) Justifie que les droites (MN) et (TS) sont parallèles
 - b) Calcule la longueur du segment [MN].
- 3- La parallèle à (RS) passant par N, coupe [ST] en un point P.
- 4- En utilisant les propriétés de la droite des milieux.
 - a) Justifie que le point P est le milieu de [ST].
 - b) Calcule la longueur des segments [RM] et [RN].

Exercice 5 :

- 1- a) Construis un cercle (C) de centre O et de diamètre [SD] tel que : $SD = 6\text{cm}$.
b) Place un point I du cercle (C) tel que : $OD = DI$.
- 2- Donne la nature des triangles ODI, SOI et SDI. Justifie tes réponses.
- 3- a) Place un point A tel que O soit le milieu de [IA].
b) Donne la nature du quadrilatère SIDA. Justifie ta réponse.