

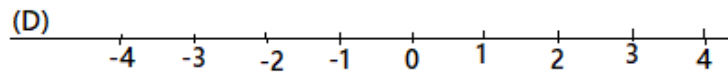
## TITRE DE LA LEÇON : VALEUR ABSOLUE D'UN NOMBRE REEL

Discipline : Mathématiques

Sous-discipline : Algèbre

Niveau : Collège - Classe : Troisième

Activité : On considère la droite graduée suivante :



- 1- a) Calcule :  $0 - 3$  ;  $3 - 0$  ;  $-4 - (-3)$  ;  $4 - 3$ 
  - b) Donne la distance entre 0 et 3, puis celle entre 0 et  $-3$ , notées respectivement :  $d(0; 3)$  et  $d(0; -3)$
  - c) Que représente cette distance ?
- 2- On désigne par  $a = 4$  et  $b = -2$  deux nombres de la droite (D)
  - a) Complète le tableau suivant ;

$ a $	$ b $	$ a \times b $	$ a  \times  b $	$ a + b $	$ a  +  b $	$\frac{ a }{ b }$	$\frac{ a }{ b }$	$ a - b $	$ a  -  b $

- b) Compare :  $|a \times b|$  et  $|a| \times |b|$  ;  $\frac{|a|}{|b|}$  et  $\frac{|a|}{|b|}$  ;  $|a + b|$  et  $|a| + |b|$  ;  $|a - b|$  et  $|a| - |b|$

**Je retiens :**

### 1- Notion de valeur absolue

— On appelle valeur absolue d'un nombre réel  $x$ , notée :  $|x|$ , la distance de zéro à  $x$

Donc :  $d(0; x) = |x|$  ;

$|x|$  : est le nombre réel positif ou nul, tel que :  $|x| = \begin{cases} +x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$

Exemples :  $|-4| = 4$  ;  $|+5| = 5$  ;  $|0| = 0$  ;  $|\frac{-7}{2}| = \frac{7}{2}$

— Pour tous réels  $x$  et  $y$ ,  $|x - y| = d(x; y)$ .

**NB :** La valeur absolue d'un nombre réel, est toujours positive ou nulle

### 2-Propriétés : Soient $x$ et $y$ deux nombres réels

$$P_1): |x \times y| = |x| \times |y| ;$$

$$P_2): \left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|} \text{ avec } y \neq 0;$$

$$P_3): |x - y| = |y - x| ;$$

$$P_4) \forall x \in \mathbb{R}, |x| \geq 0 ;$$

$$P_5) |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0 ;$$

$$P_6) \forall x \in \mathbb{R}, |-x| = |x| ; |x|^2 = x^2 ;$$

$P_7$ ) Pour tous réels  $x$  et  $y$ ,

$|x + y| \leq |x| + |y|$  ou  $|x - y| \leq |x| + |y|$  : Inégalité triangulaire

NB :  $|x - y| \geq |x| - |y|$

**Exercice 1 :**

Ecris sans valeur absolue  $A = |x + 2| + 2x$

**Solution :** J'écris  $A$  sans valeur absolue

$$|x + 2| = \begin{cases} x + 2 & \text{si } x + 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -2 \\ -x - 2 & \text{si } x + 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \leq -2 \end{cases}$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$ x+2 $	$-x-2$	0	$x+2$
A	$x-2$	0	$3x+2$

Si  $x \in ]-\infty; -2]$ , alors  $A = x - 2$

Si  $x \in [-2; +\infty[$ , alors  $A = 3x + 2$ .

**Exercice 2 :**

Ecris sans valeur absolue (ou simplifie suivant les valeurs du réel  $x$  ou encore : Reconnaitre l'expression d'une valeur absolue dans chaque cas) :

$$A = |x + 2| + |3x - 6| ; B = |x + 2| - |4 - 2x| ; T = 3|x + 1| + |4 - x| + 3x$$